

Empleo del Concreto Armado

Instrucciones ministeriales francesas

El 20 de octubre de 1906, el Ministro de Obras Públicas, Correos i Telegrafos de Francia dirijió a los ingenieros de Puentes i Calzadas instrucciones relativas al cálculo de las piezas de concreto armado i al empleo i puesta en obra de este material. A continuacion se inserta *in extenso* este documento, seguido de esplicaciones que tienen por objeto precisar el sentido i el alcance de dichas instrucciones, i del informe de la Comision nombrada por el Consejo jeneral de Puentes i Calzadas, de 20 de julio de 1906, en el cual se indica el órden de ideas que ha presidido a la confeccion de esas instrucciones i esplicaciones.

Instrucciones

I.—NORMAS ADMISIBLES PARA LA PREPARACION DE LOS PROYECTOS

A.—SOBRECARGAS.—

Artículo primero.—Los puentes de concreto armado se estableceran de manera que puedan soportar las sobrecargas verticales i la accion del viento impuestas a los puentes metálicos por el reglamento de 29 de agosto de 1891.

Art. 2.—Las cubiertas de concreto armado se someteran, desde el punto de vista de las sobrecargas, al reglamento de 17 de febrero de 1903, relativo a los galpones metálicos para ferrocarriles, salvo escepcion justificada.

Art. 3.—Los pisos i otras partes de los edificios, los muros de sostenimiento, los muros de represa, las cañerías bajo presion i todas las demas obras que interesen a la seguridad pública seran calculadas en vista de la mayores sobrecargas que tengan que soportar en servicio.

B.—LIMITES DE TRABAJO O DE FATIGA.—

Art. 4.—El límite de fatiga a la compresion del concreto armado que se admita en los cálculos de resistencia de las obras, no deberá exceder de los veintiocho centési-

mos (0.28) de la resistencia al aplastamiento adquirido por el concreto no armado de la misma composición, a los noventa días de fraguado.

El valor de esta resistencia, medida sobre cubos de 20 centímetros de lado, se indicará en las especificaciones de cada proyecto.

Art. 5.—Cuando el concreto sea virolado (*fretté*) o cuando las armaduras transversales u oblicuas que lleve estén dispuestas de manera a oponerse más o menos eficazmente a su inflamiento bajo la influencia de la compresión longitudinal que soporta, el límite de fatiga a la compresión previsto en el artículo precedente podrá ser aumentado en una proporción más o menos grande, según el volumen y el grado de eficacia de las armaduras transversales, sin que el nuevo límite pueda, cualquiera que sea el porcentaje de metal empleado, sobrepasar los sesenta centésimos (0.60) de la resistencia al aplastamiento del concreto no armado tal como se ha definido en el artículo 4.

Art. 6.—El límite de fatiga al cizalle, al deslizamiento longitudinal del concreto sobre sí mismo y a su adherencia sobre el metal de las armaduras, será previsto igual a los diez centésimos (0.10) del especificado en el artículo 4 para el límite de fatiga a la compresión.

Art. 7.—El límite de fatiga, tanto a la extensión como a la compresión, que no podrá ser sobrepasado en el metal empleado en las armaduras, será la mitad de su límite aparente de elasticidad tal como quede definido en las especificaciones de cada proyecto. Sin embargo, para las piezas que soporten choques o sometidas a esfuerzos de sentidos alternativos, como las losas, este límite se reducirá a los cuarenta centésimos (0.40) en vez de la mitad del límite aparente de elasticidad.

Art. 8.—Para las piezas sometidas a esfuerzos muy variables, los límites de trabajo definidos anteriormente se rebajarán tanto más cuanto mayores sean las variaciones, sin que la disminución exigida pueda ser mayor de 25%.

Los límites de trabajo serán igualmente rebajados para las piezas sometidas a causas de fatiga o de debilitamiento que los cálculos de resistencia no hayan tomado en cuenta, especialmente a acciones dinámicas, como las que soportan las piezas colocadas directamente bajo los rieles de las vías férreas.

II.— CÁLCULOS DE RESISTENCIA

Art. 9.—En los cálculos de resistencia de las obras de concreto armado, se tendrán en cuenta no sólo las mayores fuerzas exteriores, comprendidas las acciones del viento y de la nieve, que estas obras puedan tener que soportar, sino también los efectos térmicos y los de contracción del concreto, siempre que no se trate de obras libremente dilatables en el sentido teórico de la palabra o de obras que la experiencia permita mirar aproximadamente como tales.

Art. 10.—Los cálculos de resistencia se harán según métodos científicos apoyados en los datos experimentales, y no por procedimientos empíricos. Serán deducidos, sea

de los principios de la resistencia de materiales, sea de principios que ofrezcan a lo menos las mismas garantías de exactitud.

Art. 11.—La resistencia del concreto a la estension será tomada en cuenta en el cálculo de la deformaciones. Pero, para determinar la fatiga local en una seccion cualquiera, esta resistencia será mirada como nula en la seccion.

Art. 12.—En las piezas comprimidas se comprobará que no esten espuestas al flambaje. Sin embargo, se podrá suprimir esta comprobacion para las piezas en que la relacion de la altura a la menor dimension trasversal sea inferior a 20 i cuya fatiga a la compresion no sobrepase el límite definido en el artículo 4.

Art. 13.—Las especificaciones deberan indicarla calidad i la dosis de las materias que entren en la composicion del concreto; en cuanto a la proporcion de agua para su confeccion, deberá ser vijilada con cuidado i estrictamente suficiente para dar al concreto la plasticidad necesaria para que envuelva bien las armaduras i rellene todos los huecos.

III. — EJECUCION DE LOS TRABAJOS.

Art. 14.—Los moldes i el arrimado de las armaduras presentaran una rijidez suficiente para resistir sin deformacion sensible a las cargas i a los choques que esten espuestos a soportar durante la ejecucion del trabajo i hasta el desmoldamiento i el descimbramiento inclusive.

Art. 15.—Salvo el caso escepcional en que el cemento sea colado, será siempre de fraguado lento i pisoneado con el mayor cuidado por capas cuyo espesor esté en relacion con las dimensiones de los materiales empleados i los intervalos entre las armaduras i no sobrepase 0.25 m. despues del pisoneado, a menos que se emplee cascajo.

Art. 16.—Las distancias de las armaduras entre si i a las paredes de los moldes seran tales que permitan el perfecto pisoneado del concreto i apretarlo contra las armaduras. Estas últimas distancias, aun cuando no se emplee sino mortero sin grava, ni cascajo, deberan siempre ser a lo menos de 15 a 20 milímetros, para poner las armaduras al abrigo de las intemperies.

Art. 17.—Cuando se empleen, para las armaduras, fierros perfilados i no barras redondas, se adoptaran disposiciones especiales para que queden perfectamente envueltas en todo su perímetro i especialmente en los ángulos entrantes.

Art. 18.—Cuando se haya interrumpido la ejecucion de una pieza, lo que se evitara en lo posible, se limpiará prolijamente i se mojará el concreto antiguo largo rato, para que esté bien embebido antes de ponerlo en contacto con el concreto fresco.

Art. 19.—En tiempo de helada, el trabajo se interrumpirá, si no se dispone de medios eficaces para prevenir sus efectos perniciosos.

Al reanudar el trabajo se demolerá todo lo que haya sufrido con la helada, i despues se procederá como se ha dicho en el artículo precedente.

Art. 20.—Durante quince dias a lo menos despues de su ejecucion, se conserva-

rá en el concreto la humedad necesaria para asegurar el fraguado en buenas condiciones.

El desmoldamiento i el descimbramiento se haran sin choques, por esfuerzos puramente estáticos i sólo despues que el concreto haya adquirido la resistencia necesaria para soportar sin peligro los esfuerzos a que esté sometido.

IV.—PRUEBA DE LAS OBRAS.

Art. 21.—Las obras de concreto armado, que interesen a la seguridad pública, se probarán antes de ser puestas en servicio. Las condiciones de las pruebas i los plazos de la entrega al servicio se insertaran en el cuaderno de condiciones. Las flechas máximas que las obras no deberan sobrepasar seran tambien, a lo menos en lo posible, insertadas en el pliego de condiciones.

La edad que el concreto deberá tener en el momento de las pruebas será tambien fijada por el pliego de condiciones. Será a lo menos de 90 dias para las grandes obras; de 45 dias para las obras de mediana importancia, i de 30 dias para los pisos.

Art. 22.—Los injenieros aprovecharan las pruebas para hacer no sólo todas las medidas de deformacion o de verificacion de las condiciones del pliego, sino tambien en lo posible las que puedan interesar a la ciencia del injeniero.

Para las obras de alguna importancia se emplearan aparatos inscriptores.

Art. 23.—Los puentes de concreto armado se probaran de la manera prescrita para los puentes metálicos por el reglamento de 29 de agosto de 1891.

Si se creyera conveniente derogar algunas de las prescripciones de este reglamento, deberá ello justificarse e insertarse en el pliego de condiciones.

Art. 24.—Las cubiertas se probaran de la manera prescrita por el reglamento de 17 de febrero de 1903, salvo derogaciones que se justificarán.

Art. 25.—Los pisos se someteran a una prueba consistente en aplicar cargas i sobrecargas previstas, sea a la totalidad del piso, sea a lo menos a un tramo entero.

Las sobrecargas deberan obrar durante veinticuatro horas a lo menos. Las flechas no deberan aumentar despues de las quince horas.

Esplicaciones

I.—NORMAS ADMISIBLES PARA LA PREPARACION DE LOS PROYECTOS

A.—SOBRECARGAS

Articulos 1, 2 i 3.—De estos tres artículos, los dos primeros se justifican por si mismos.

El tercero, que prescribe que las obras de que trata seran calculadas en vista de las mayores sobrecargas que tengan que soportar en servicio, parece inútil, puesto que toda obra debe ser establecida i, por consiguiente, calculada en vista de su destinacion. Es precisamente lo que pasa con las obras metálicas i otras que han precedi-

do al cemento armado. Se las calcula en vista de las mayores cargas efectivas a las cuales se prevé que podran estar sometidas, con un coeficiente de seguridad conveniente, es decir de una manera tal que, bajo el efecto de estas cargas, las fuerzas elásticas no alcancen sino una fraccion determinada de las que serian capaces de producir la ruptura.

Para las construcciones de concreto armado, ciertos especialistas preconizan otro camino, que consistiria, no en buscar las fuerzas elásticas determinadas por las sobrecargas efectivas, sino en buscar en qué proporción seria preciso amplificar ficticiamente estas sobrecargas para provocar la ruptura, i el coeficiente de amplificación seria, en este caso, el coeficiente de seguridad.

Este procedimiento, que puede tener su interes, parece sin embargo que no debe ofrecer suficientes garantías, porque jamas perece una obra por amplificación proporcional de las cargas que tiene que soportar. La caída de una obra llega, sea por una causa accidental, sea por algun mal interno cuyo desarrollo concluye por ser fatal.

En estas condiciones, parece conveniente calcular las obras de concreto armado como las otras, para las cargas efectivas mas desfavorables que puedan tener que soportar i con coeficientes de seguridad suficientes para que estas cargas no puedan, en ningun grado, ponerlas en peligro.

Estos cálculos son obligatorios. Pero si los Ingenieros encuentran útil agregar los cálculos establecidos en la hipótesis de la amplificación de las cargas reales, a fin de darse cuenta de las cargas virtuales que provocarían la ruptura, pueden hacerlo i esponer las conclusiones que crean poder sacar de ellos.

B.— LIMITES DE TRABAJO I DE FATIGA.

Art. 4.—El límite de fatiga a la compresion fijado en los 0.28 de la resistencia al aplastamiento del concreto no armado, despues de 60 dias de fraguado, es notablemente mas elevado que el admitido por los reglamentos extranjeros. Las cifras resultantes de estos últimos reglamentos conducirían mas bien a admitir, como límite de fatiga a la compresion de un concreto armado, la cuarta parte de la resistencia al aplastamiento del concreto similar no armado a los 28 dias de fraguado.

Ahora bien, si se comparan las dos reglas para las tres clases de concreto armado experimentados por la Comision del concreto armado, se llega a los siguientes resultados:

La Comision ha experimentado concretos formados de 400 litros de arena, 800 litros de grava, con cemento Portland en dosis variables de 250 a 600 kilogramos.

Ha reconocido que se puede contar sobre las siguientes resistencias en kilogramos por centímetro cuadrado, para las dosis de 300, 350 i 400 kilogramos, respectivamente.

A los 28 dias:

(a) 107 kilogr., 12 kilogr., 133 kilogr.,

A los 90 días:

(b) 160 kilogr., 180 kilogr., 200 kilogr.,

Si se admite, pues, como límite de fatiga la cuarta parte de las resistencias a , se encontrará, respectivamente:

27 Kg, 30 Kg, 33 Kg.

Si al contrario, según el artículo 4 de las instrucciones, se adopta 0.28 de las resistencias b , se encuentra:

44.8 Kg, 50.4 Kg, 56 Kg.

cifras notablemente superiores a las precedentes. Se vé, pues, que a este respecto el artículo 4 es mucho más atrevido que los reglamentos extranjeros. Pero estos reglamentos son más o menos antiguos i es verosímil que, si son rehechos, teniendo en cuenta las construcciones existentes i las cualidades que en ellas muestra el concreto armado, se modificarán sus prescripciones en el sentido en que se encuentran modificadas por el artículo 4.

La industria privada que, en Francia más que en otros países, se rige por los preceptos administrativos, aun para las construcciones privadas, sale ganando con el atrevimiento de las prescripciones del artículo 4, que ella aplicará, por lo demás, bajo su responsabilidad.

Los ingenieros del Estado no están obligados a ir hasta el límite de lo que permite el reglamento. Pueden quedarse más abajo. Deben, por lo demás, recordar que la seguridad de una obra de concreto armado no queda asegurada, cualesquiera que sean los límites de fatiga adoptados en los cálculos, sino por la perfección de los materiales empleados, su dosificación matemática i el cuidado gastado en su empleo. Su vigilancia debe ser, pues, más estricta todavía para las obras de concreto armado que para las que se construyen habitualmente.

Art. 5.—Conviene recomendar el empleo juicioso del metal, no solamente como armadura longitudinal, sino también en el sentido trasversal u oblicuo, a fin de impedir el inflamamiento del concreto bajo la influencia de las compresiones longitudinales a que pueda estar sometido. Su resistencia al aplastamiento aumenta así en proporciones considerables i que alcanzan, cuando la armadura trasversal va hasta un virado (*frettage*) suficientemente compacto, proporciones que no hubiera sido posible prever i que la experiencia ha hecho conocer. Es, pues, natural aumentar también el límite de fatiga admisible según el volumen i la disposición de las armaduras trasversales u oblicuas. Sería difícil dar a este respecto una indicación absoluta. Algunas experiencias de laboratorio o de faena hechas comparativamente sobre concretos sin armadura trasversal i los mismos con tales armaduras, que indiquen el aumento de resistencia al aplastamiento obtenido con estas últimas, permitirán determinar el aumento correspondiente que se podría, sin peligro, adoptar para el límite

de fatiga. En todo caso, las experiencias hechas por la Comision del cemento permiten, a falta de mejores datos, admitir que las armaduras transversales i los virolados multiplican la resistencia al aplastamiento de un prisma de concreto por un coeficiente: $\left(1 + m' \frac{V'}{V}\right)$, siendo V' el volumen de las armaduras transversales u oblicuas i V el volúmen del concreto para una misma longitud del prisma. m' es un coeficiente variable con el grado de eficacia de las ligaduras establecidas entre las barras longitudinales. Cuando estas ligaduras son transversales, formando rectángulos en proyeccion sobre una seccion transversal del prisma, el coeficiente m' puede variar de 8 a 15, refiriéndose el mínimum al caso en que la distancia de las armaduras transversales iguala a la menor dimension transversal de la pieza considerada, i el máximun al caso en que la citada distancia desciende al tercio a lo mas de esta dimension.

Cuando las armaduras transversales consisten en un virolado formado por espiras mas o ménos apretadas, el coeficiente m' puede variar de 15 a 32. Se aplicaria el mínimum cuando la separacion de las virolas alcanzase los dos quintos de la menor dimension transversal de la pieza considerada i el máximun cuando esta separacion alcanzase:

un quinto de la citada dimension para una compresion longitudinal de 50 kilogramos por centímetro cuadrado;

un octavo de la citada dimension para una compresion de 100 kilogramos por centímetro cuadrado.

Las indicaciones que preceden quedan sometidas a la reserva esencial, formulada en el artículo 5, de que en ningun caso, cualquiera que sea el porcentaje del metal i cualquiera que sea el valor del coeficiente $\left(1 + m' \frac{V'}{V}\right)$, el límite de fatiga admisible podrá pasar de los 0,60 de la resistencia del concreto no armado tal como ha sido definida en el artículo 4. Esta disposicion tiene por efecto mantenerse, en todo caso, en un límite de fatiga que no sobrepase la mitad de la presion que comienza a provocar las fisuras superficiales del concreto armado, presion que, segun las experiencias de la Comision del concreto armado, sobrepasa de 25 a 60%, segun los casos, la que produce el aplastamiento del concreto no armado.

II.—CÁLCULOS DE RESISTENCIA

Art. 9.—Se justifica por si mismo.

Art. 10.—Este artículo tiene por objeto eliminar los procedimientos de cálculo puramente empíricos. Los principios de la resistencia de materiales proporcionan aquí, como para las construcciones ordinarias, soluciones mas seguras. La experiencia, en los límites en que hasta aquí se ha revelado, conduce a admitir que el principio de Navier relativo a la deformacion plana de las secciones transversales puede tambien aplicarse aquí.

Combinado con el principio de la proporcionalidad de los esfuerzos a las deformaciones, basta en el caso de piezas sometidas a compresiones. Basta reemplazar cada seccion heterojénea por una seccion ficticia de la misma masa que la seccion heterojénea real, atribuyendo a las partes de la seccion formadas por el concreto una densidad 1 i a las partes formadas por las armaduras longitudinales una cierta densidad m (*).

Teóricamente esta densidad m seria la relacion:

$$(1) \quad m = \frac{E_a}{E_b}$$

del módulo de elasticidad E_a del metal de la armadura al módulo de elasticidad E_b del concreto. Esta relacion, en los límites de cargas admitidas por el artículo 4, es aproximadamente 10. Crece con las cargas del concreto i puede doblarse o triplicarse en el momento de la ruptura si ella tiene lugar por aplastamiento del concreto; disminuirá, al contrario, si la ruptura tiene lugar por exceso de carga de la armadura.

Este hecho basta para demostrar cuán inciertos serian los cálculos de resistencia basados en el aumento ficticio, hasta la ruptura, de las cargas reales, de que se ha hablado mas arriba (art. 3).

En todo caso, las experiencias sobre el módulo E_b se refieren al concreto no armado. ¿En qué medida queda aplicable al concreto armado la relacion m que de ellas se deduce? Esto puede depender del grado de facilidad que se tenga para pisonearlo en todas sus partes, para colocarlo alrededor del metal, etc.

Es pues preferible mirar el coeficiente m como resultante de la experiencia, i que en una pieza de armaduras complejas (longitudinales i trasversales), puede no representar exactamente la relacion de los módulos de elasticidad del metal i del concreto experimentados separadamente.

Se podrá admitir que este coeficiente puede variar de 8 a 15. El mínimum se aplicará cuando las barras longitudinales tengan un diámetro igual a un décimo (0.10) de la menor dimension de la pieza, ligaduras o cruces trasversales espaciadas de esta última dimension i uniones poco alejadas de las superficies libres del concreto. El máximum se aplicará cuando el diámetro de las barras longitudinales no sea sino un veinteavo (0.05) de la menor dimension de la pieza, i la distancia entre las ligaduras o armaduras trasversales, el tercio de esta misma dimension.

La mayor parte de los autores admiten para m un valor fijo i que a menudo se toma igual a 15. Se atribuye sin duda así, en muchos casos, al metal una parte de resistencia superior i al concreto una parte inferior a las que se producen realmente. Se sigue de aquí que pueden producirse percances debidos a que la compresion del

(*) Las armaduras trasversales no intervienen aquí. Su papel esencial se encuentra ya tomado en consideracion por el aumento (art. 5) que permiten introducir en el límite de fatiga del concreto. En efecto, su principal eficacia reside en el aumento de la resistencia al aplastamiento, debida a que ellas se oponen al hinchamiento trasversal.

oncreto es, en el hecho, superior a la que se ha admitido i a que el coeficiente de seguridad es, en lo que le concierne, inferior al que se queria admitir.

Haciendo variar m entre un máximo de 15 i un mínimo de 8, segun las disposiciones de las armaduras, tanto longitudinales como transversales, estaremos mas próximos a la realidad i se compensa así en parte el coeficiente de fatiga un poco elevado autorizado por el artículo 4.

Una vez elejido el coeficiente m , las fórmulas por aplicar pueden fácilmente ponerse bajo la forma clásica que conviene a un sólido homogéneo.

a).—*Compresion simple*.—Se considera la seccion ficticia ω dada por la relacion:

$$(2) \quad \omega = \omega_b + m \omega_a$$

iendo ω_b el área de la seccion del concreto, i ω_a el área total de las secciones hechas en las armaduras longitudinales. Como esta última es débil con relacion a la primera, e confunde a menudo ω_b con la seccion total ($\omega_b + \omega_a$) de la pieza.

Si N es la compresion total que obra normalmente a la seccion, se tendrá para la presion por unidad de superficie R_b que soporta el concreto i R_a que soportan las armaduras:

$$(3) \quad R_b = \frac{N}{\omega}, \quad R_a = m \frac{N}{\omega}$$

Si se da R_b se deduce ω i, con ayuda de la ecuacion 2) segun la forma real de la pieza, la seccion total ω_a de las armaduras o el porcentaje:

$$\frac{\omega_a}{\omega_b}$$

b).—*Compresion con flexion*.—Si la compresion total N no es uniformemente repartida, conviene hacer intervenir, ademas del área ω de la seccion ficticia, su centro e gravedad i su momento de inercia relativo al eje transversal a la flexion que pasa or su centro de gravedad, por las fórmulas siguientes:

$$(4) \quad \omega Y = \omega_b Y_b + m \omega_a Y_a$$

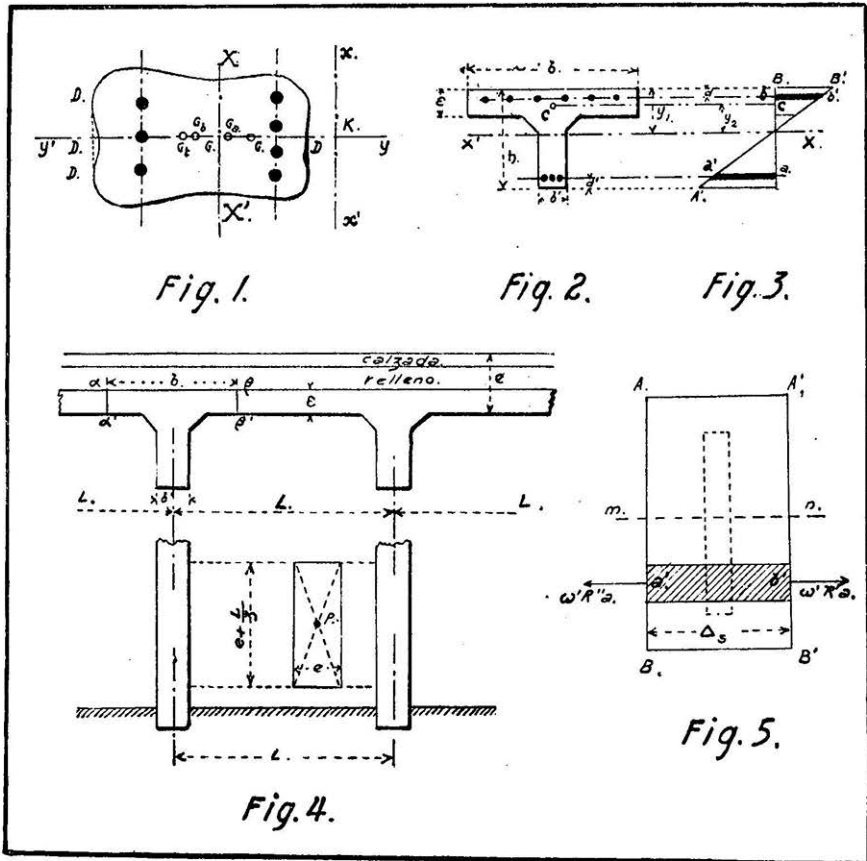
$$(5) \quad I = I_b + m I_a$$

La figura 1 representa un esquema de la seccion considerada supuesta simétrica on relacion al eje $Y'Y$. El centro de gravedad buscado de la seccion ficticia ω es G ; l de las armaduras metálicas conocido es G_a , el del concreto igualmente conocido es G_b . Se deducen las posiciones de los puntos por sus ordenadas respectivas:

$$Y = G K, \quad Y_b = G_b K, \quad Y_a = G_a K,$$

ontadas a partir de un eje $x'x$ elejido a voluntad; contándose estas ordenadas, si es ecesario, positivamente hácia un lado convenido de $x'x$ i negativamente del lado puesto.

La fórmula 2) da ω ; en seguida la fórmula 4) da la ordenada Y del centro de gravedad G de ω . Por fin, conociéndose así el eje XGX' , se conocen los momentos de inercia I_b e I_a de las secciones geométricas del concreto i de las armaduras longitudinales con relacion a este eje i , por consiguiente, la fórmula 5) da el momento de inercia I de la seccion ficticia ω con relacion a este mismo eje.



Hemos dicho mas arriba que se confunde a menudo la seccion ω_b del concreto con la seccion total $\omega_t = \omega_b + \omega_a$ de la pieza. Si no se quiere hacerlo así, las fórmulas 2), 4) i 5) pueden escribirse de una manera mas cómoda en la práctica introduciendo en ellas, en vez de la seccion ω_b del concreto, la seccion total:

$$\omega_t = \omega_b + \omega_a$$

i por consiguiente, en lugar del centro de gravedad G_b del concreto, el G_t de esta seccion total i , en fin, en lugar del momento de inercia I_b de la seccion del concreto

relativamente al eje $X'X$, el momento de inercia I_t de la seccion total, relativamente a un eje paralelo a $X'X$ que pase por el centro de gravedad G_t . Las fórmulas se transforman entonces en:

$$(2') \quad \omega = \omega_t + (m - 1) \omega_a$$

$$(3') \quad \omega Y = \omega_t Y_t + (m - 1) \omega_a Y_a$$

$$(4') \quad I = I_t + \omega_t (Y - Y_t)^2 + (m - 1) I_a$$

Ahora, si N es la presion total i M el momento de flexion, es decir la suma de los momentos de las fuerzas exteriores que obran sobre la seccion considerada referidos al centro de gravedad G de la seccion ficticia, se tendrá para la presion por unidad de superficie n_b que obra sobre el concreto a una distancia cualquiera v del eje $X'X$:

$$(5) \quad n_b = \frac{N}{\omega} + \frac{M}{I} v$$

i si en el punto considerado se encontrase una armadura, la presion que ella soportaria seria:

$$(6) \quad n_a = m n_b$$

En estas fórmulas la distancia v se cuenta positivamente del lado en que el momento de flexion produce una compresion i negativamente del lado opuesto. Si el momento de flexion alrededor del eje $X'X$ se cuenta positivamente de izquierda a derecha para un observador colocado segun $X'X$, la cabeza en X' los piés el X , las distancias v deben contarse positivamente para los puntos de la seccion situados a la derecha de $X'X$ i negativamente para los de la izquierda.

Si se denomina v_b la distancia a $X'X$ de la fibra extrema de la derecha i v_{1b} el valor absoluto de la misma distancia para la fibra extrema de la izquierda, la mayor compresion del concreto R_b por unidad de superficie será:

$$(7) \quad R_b = \frac{N}{\omega} + \frac{M}{I} v_b$$

Su menor compresion R_{1b} , será.

$$(7_1) \quad R_{1b} = \frac{N}{\omega} + \frac{M}{I} v_{1b}$$

Reemplazando el índice b por a para las armaduras, los valores extremos de la compresion para las armaduras serán:

$$(8) \quad R_a = m \left[\frac{N}{\omega} + \frac{M}{I} v_a \right]$$

$$(8_1) \quad R_{1a} = m \left[\frac{N}{\omega} + \frac{M}{I} v_{1a} \right]$$

Estas fórmulas suponen esencialmente que en todas partes hai compression, es decir que el valor R_{1b} , i por consiguiente R_{1a} , son positivos. Si R_{1b} fuese negativo, no se podrian aplicar, porque las leyes de la traccion del concreto difieren esencialmente de las que rijen su compression. Seria preciso entonces proceder como se indicará mas adelante.

Si se conoce la presion total N , no sólo en tamaño sino en posicion, es decir, si se conoce la posicion de su punto de aplicacion (centro de presion) definida por su coordenada v_0 con relacion al eje $X'X$, se deduciria, por definicion:

$$(9) \quad M = N v_0$$

i si se coloca:

$$(10) \quad I = \omega r^2$$

siendo r el radio de jiracion de la seccion ficticia ω relativamente al eje $X'X$, se tendria:

$$(11) \quad n_b = \frac{N}{\omega} \left(1 + \frac{v_0 v'}{r^2} \right)$$

El eje neutro se obtendria anulando el valor de n_b , es decir, por la fórmula:

$$(12) \quad 1 + \frac{v_0 v'}{r^2} = 0$$

llamando v' el valor de v que define la posicion de este eje.

La fórmula (7₁), con estas nuevas notaciones, queda:

$$(13) \quad R_{1b} = \frac{N}{\omega} \left(1 - \frac{v_0 v_{1b}}{r^2} \right)$$

La comparacion de estas dos últimas fórmulas indica, como debe ser, que hai compression en todas partes sólo en caso de que el eje neutro caiga fuera de la seccion, o sea que:

$$-v > v_{1b}$$

Lo que precede supone que se conoce para cada seccion los valores de N i de M . Este será el caso para una columna que soporte una carga céntrica (es decir aplicada en el centro de gravedad G de la seccion ficticia, de donde $M = 0$), o excéntrica ($M = N v_0$). Será tambien el caso de un tranque en que la curva de las presiones dé precisamente N i v_0 para cada seccion.

Cuando la estática no proporciona directamente estos valores, como en un arco de puente, se procederá como se indicará para el caso mucho mas general de piezas

que trabajan a la vez por compresion i por estension, caso que justifica verdaderamente el empleo de las armaduras, i esto nos conduce simplemente a ese caso jeneral, contemplado en los artículos 11 i 12 de las instrucciones.

Art. 11.—Este artículo dice que, en los cálculos de deformacion, se tomará en cuenta la resistencia a la estension del concreto.

Puede necesitarse calcular la deformacion en sí misma, especialmente para prever la flecha que tomará una obra. Pero, en todo caso, habrá que hacer uso de las fórmulas de deformacion para conocer, en cada seccion, la compresion N de la *fibra media* (lugar de los centros de gravedad G de las secciones ficticias ω), el momento de flexion M i el esfuerzo de corte T , cuando la estática no los proporciona.

Por definicion N i T son las componentes normal i tanjencial de las fuerzas exteriores, incluso la reaccion del apoyo, que obran a un lado convenido de la seccion i M es la suma de los momentos de estas mismas fuerzas exteriores con relacion al punto G .

Si una de las estremidades de la pieza por estudiar es libre (columnas) o si la estática proporciona la reaccion de un apoyo (vigas sobre dos apoyos sin empotramiento), las fuerzas N i T i el par M son conocidos, *rigurosamente*; podrá evitarse toda fórmula de deformaciones i, por consiguiente, toda hipótesis para determinarlas. El artículo 11 no interviene en este caso.

Pero en el caso de vigas empotradas o de vigas sobre varios apoyos o de arcos que trabajen por estension, lo que es el caso jeneral de los arcos de concreto armado, se deberá aplicar el artículo 11, i por consiguiente, interpretarlo.

La Administracion aceptará la interpretacion hecha segun el uso corriente hasta ahora, aunque sea poco correcto, i que consiste en atribuir al concreto que trabaja por estension, el mismo coeficiente de elasticidad que cuando trabaja por compresion.

Admitida esta hipótesis, las fórmulas establecidas mas arriba son jenerales, con la restriccion esencial de que no haya trabajo sino por compresion.

Ahora bien, se ve fácilmente que estas fórmulas, gracias a la intervencion de los elementos de la seccion ficticia ω , equiparan el problema de la resistencia de una pieza de concreto armado, es decir de una pieza heterojénea, al de la resistencia de una pieza homogénea ficticia. Por consiguiente, todos los resultados jenerales i clásicos obtenidos en este último caso se estienden al primero, i, por consiguiente, para obtener los valores de N , M , T en el caso de un arco, los de M , T en el caso de una viga cargada trasversalmente en que $N=0$, así como las reacciones de los apoyos, bastará, en cada caso, adoptar los valores bien conocidos que se refieren a las piezas homogéneas.

Así, si se tiene una viga de concreto armado de luz l empotrada en sus dos extremos i soportando una carga uniforme de p kilogramos por metro corrido, se admitirá que, como para el caso de una viga homogénea, el mayor momento de flexion se producirá en el empotramiento i tendrá por valor:

$$\frac{p l^2}{12}$$

i que el momento de flexión en el medio, de signo contrario al precedente, será en valor absoluto:

$$\frac{p l^2}{24}$$

Si el empotramiento es parcial, se adoptará, en lugar del valor indicado, un valor intermedio entre este i el de $\frac{p l^2}{8}$, que se refiere a la viga sobre apoyos simples, por ejemplo $\frac{p l^2}{10}$.

Lo mismo si se tiene una viga sobre varios apoyos que serán jeneralmente iguales, bastará tomar, de los tratados o manuales de resistencia de materiales, los valores calculados de los momentos de flexión, esfuerzos de corte i reacciones de apoyos relativos a piezas homogéneas o, si se trata de casos especiales, calcular estos valores como si se tratase de piezas homogéneas.

Lo mismo por fin, si se trata de un arco, se utilizarán las tablas de Bresse relativas a los arcos homogéneos para tener el empuje si se trata de un arco de dos rótulas, las que el ingeniero señor Pigeaud ha publicado recientemente en los *Annales des Ponts et Chaussées* si se trata de un arco empotrado, i se elejirá un valor intermedio entre los proporcionados por estas dos tablas, si se juzga que se tiene un empotramiento parcial.

En los casos especiales, se calculará directamente el empuje segun la forma clásica relativa a las piezas homogéneas.

Conocido el empuje, como las reacciones verticales se deducen de la estática pura, se tendrán todos los datos necesarios para determinar M , N i T gráficamente o por el cálculo para cada una de las secciones que se quiera estudiar.

Interpretacion mas correcta.—Se puede tomar en cuenta la resistencia a la estension del concreto de una manera mas satisfactoria, admitiendo como resultado de diversas esperiencias el siguiente principio: el coeficiente de elasticidad del concreto armado a la estension no conserva un valor sensiblemente constante sino hasta el límite de la resistencia a la estension del concreto similar no armado; a partir de ahí, se vuelve en cierto modo plástico, es decir que se alarga a causa de su conexión con la armadura, pero sin que su tensión límite se modifique. No hai dificultades teóricas en constituir una resistencia de materiales completa edificada sobre esta hipótesis agregada a la de Navier relativa a la deformacion plana de las secciones trasversales. Pero los cálculos son mucho mas complejos.

Será naturalmente permitido a los ingenieros utilizar este procedimiento si lo juzgan mas satisfactorio.

Cualquiera que sea la manera como se hayan determinado los valores del momento de flexión M , del esfuerzo de corte T i de la compresión de la fibra media N (que es nula en las piezas rectas cargadas transversalmente), se deberá en seguida de-

ducir de ellos, a lo ménos en las secciones mas fatigadas, la fatiga local. En esta determinacion, el artículo 11 prescribe hacer abstraccion de toda resistencia a la estension del concreto. Esta prescripcion no se contradice con la que prescribe tomarla en cuenta en los cálculos de deformacion. En el hecho, el concreto se fisura mas o ménos del lado de la armadura tendida, pero sin que resulte de estas fisuras microscópicas o poco profundas, una modificacion mui notable en la deformacion jeneral de las obras, aun cuando se produjese en un punto una fisura mas marcada. Pero la fatiga local en este punto se encontraria naturalmente mui aumentada. Conviene, pues, en el cálculo de las fatigas locales, colocarse en esta hipótesis desfavorable, pero sería excesivo aceptarla en la determinacion de las deformaciones jenerales, i por consiguiente, de los valores M , T i N que a ellas se refieren.

Aplicacion a una losa i a una pieza de seccion rectangular.—Se va a aplicar el método indicado mas arriba a una losa asimilada a un simple T , cuya altura es h , el ancho del ala b , el ancho del nervio b' , el espesor del ala ϵ i en la cual la armadura tenga, del lado de la compresion una seccion total ω , a una distancia media d del paramento comprimido, i del lado de la estension una seccion ω' , a una distancia media d' del paramento tendido. (Fig. 2). Si la primera no existiese, se haria $\omega = 0$.

Sea y_1 la distancia desconocida del eje neutro $X'X$ al paramento comprimido B . En la figura 3 la seccion de la losa está proyectada segun la recta AB . Las ordenadas de la recta XB' representan las compresiones del concreto i, con la aproximacion m , la ordenada bb' la compresion de la armadura comprimida i la ordenada aa' la tension de la armadura tendida. Sea K el coeficiente angular de la recta $B'XA'$ o la tangente trigonométrica del ángulo $B'XB$.

a.—Flexion simple.—Si se trata de la flexion simple $N = 0$; escribiendo que las fuerzas elásticas se reducen al par de flexion M , es decir que su suma es nula i que la suma de sus momentos relativamente a un punto cualquiera, por ejemplo al punto B , es igual a M , se obtiene, para determinar la distancia $XB = y_1$ del eje neutro a la cara comprimida, la ecuacion de segundo grado:

$$(16) \quad 0 = \frac{b y_1^2}{2} + (b - b') \epsilon \left(y_1 - \frac{\epsilon}{2} \right) + m \omega (y_1 - d) - m \omega' (h - d' - y_1)$$

i ademas, para determinar el coeficiente angular K :

$$(17) \quad \frac{M}{K} = \frac{b' y_1^3}{6} + (b - b') \epsilon^2 \left(\frac{y_1}{2} - \frac{\epsilon}{3} \right) + m \omega (y_1 - d) d - m \omega' (h - d' - y_1) (h - d')$$

en que el segundo miembro es conocido, así como M .

Estas fórmulas suponen implícitamente que el eje neutro cae en el nervio. Si cae en la losa, basta en las fórmulas precedentes hacer $b' = b$, lo que da:

$$(18) \quad 0 = \frac{b y_1^2}{2} + m \omega (y_1 - d) - m \omega' (h - d' - y_1)$$

$$(19) \quad \frac{M}{K} = \frac{b y_1^3}{6} + m \omega (y_1 - d) d - m \omega' (h - d' - y_1) (h - d')$$

Para saber dónde caerá la fibra neutra i , por consiguiente, si es la fórmula 16) o la 18) la que determinará la posición de la fibra neutra, basta reemplazar y_1 por ε en el segundo miembro de 16), lo que da:

$$\frac{b \varepsilon^2}{2} + m \omega (\varepsilon - d - m \omega') (h - d' - m \varepsilon)$$

Si el valor numérico de esta expresión es positivo, el eje neutro cae en la losa i se determina por la fórmula 18). Se verifica la inversa si este valor numérico es negativo.

Las fórmulas 18) i 19) se aplican también a una sección rectangular de base b i de altura h .

Cuando se han determinado las dos incógnitas y_1 i K , se tendrá para la compresión máxima R_b del concreto:

$$(20) \quad R_b = K y_1$$

para la compresión R_a i la extensión R'_a de las armaduras:

$$(21) \quad \begin{cases} R_a = m K (y_1 - d) \\ R'_a = m K (h - d' - y_1) \end{cases}$$

b.—Flexión compuesta.—Se conoce en este caso la compresión N i la posición del centro de presión C , punto de aplicación de la resultante de las fuerzas exteriores. Designemos por c la distancia de este punto a la cara comprimida, contándola positivamente si C cae en la sección i negativamente en el caso contrario. Parece aquí más cómodo, por la razón que se dará más adelante, determinar la posición de la fibra neutra por su distancia $XC = y_2$ (fig. 3) al centro de presión C , que por su distancia y_1 al paramento comprimido. Se escribirá que la resultante de las fuerzas elásticas coincide con N . Por lo tanto, la suma de los momentos de las fuerzas elásticas con relación al punto C es nula, lo que da una ecuación de tercer grado que sirve para determinar y_2 , es decir la posición del eje neutro $X'XC$. Esta ecuación es la siguiente, en el caso en que este eje caiga en el nervio:

$$(22) \quad \frac{b' y_2^3}{6} - b \left[\frac{c^2}{2} y_2 + \frac{c^3}{3} \right] + (b - b') \left[\frac{(-c + \varepsilon)^2}{2} y_2 - \frac{(-c + \varepsilon)^2}{3} \right]$$

$$+ m \omega (y_2 + c - d) (-c + d) - m \omega' (h - d' - c - y_2) (h - d' - c) = 0$$

Se ve que esta ecuación es de la forma:

$$(23) \quad y_2^3 + p y_2 + q = 0$$

siendo las siguientes las expresiones de los coeficientes numéricamente conocidos p i q :

$$(24) \left\{ \begin{array}{l} p = -\frac{3b}{b'} c^2 + 3 \left(\frac{b}{b'} - 1 \right) (c - \varepsilon)^2 - \frac{6 m \omega}{b'} (c - d) + \frac{6 m \omega'}{b'} (h - d' - c) \\ q = -\frac{2b}{b'} c^3 + 2 \left(\frac{b}{b'} - 1 \right) (c - \varepsilon)^3 - \frac{6 m \omega}{b'} (c - d)^2 - \frac{6 m \omega'}{b'} (h - d' - c)^2 \end{array} \right.$$

Falta el término en y_2^2 , lo que facilita la resolución de la ecuación i justifica el empleo hecho de la incógnita y_2 .

Encontrado y_2 , se obtiene la incógnita auxiliar K inmediatamente por la ecuación:

$$(25) \frac{K}{N} = \frac{b' y_2^2}{2} + bc \left(y_2 + \frac{c}{2} \right) + (b - b') \left((-c + \varepsilon) y_2 - \frac{(-c + \varepsilon)^2}{2} \right) + m \omega (y_2 + c - d) - m \omega' (h - d' - c - y_2)$$

en que el segundo miembro es conocido, así como N .

Estas fórmulas suponen que el eje neutro cae en el nervio. Si cae en la losa, como también en el caso de una sección rectangular de base b i de altura h , basta hacer $b = b'$, lo que da.

$$(26) \quad p = -3 c^2 - \frac{6 m \omega}{b} (c - d) + \frac{6 m \omega'}{b} (h - d' - c)$$

$$(27) \quad q = -2 c^3 - \frac{6 m \omega}{b} (c - d)^2 - \frac{6 m \omega'}{b} (h - d' - c)^2$$

Por fin, en el caso de una losa con nervio, para saber si el eje neutro cae en el nervio o en la losa, bastará verificar si el primer miembro de la ecuación 23) tiene o no signos contrarios en las dos estremidades del nervio.

Determinadas las incógnitas y_2 i K , se sacará de la primera:

$$(28) \quad y_1 = y_2 + c$$

para la distancia del eje neutro al paramento comprimido, i entónces la compresión R_b del concreto, la compresión R_a i la tensión R'_a de las armaduras por unidad de superficie, se determinan por las fórmulas 20) i 21).

Observaciones respecto al cálculo de losas.—Cuando se tiene un piso formado por una losa con nervios (fig. 4), se separa un nervio con dos partes adyacentes, a fin de no considerar sino la parte $\alpha\alpha'\beta\beta'$ de ancho $\alpha\beta = b$, sin tomar en cuenta la ayuda que esta parte del piso pueda recibir por su adherencia con las partes vecinas.

Este ancho b debe estar en relacion con el espesor ϵ de la losa, la separacion L de los nervios i su luz l . Conviene que el ancho b no sobrepase nunca del tercio de la luz l de los nervios, ni los $\frac{2}{3}$ de su separacion L .

Por lo que respecta al piso mismo, si tiene que soportar cargas concentradas entre dos nervios, debe estar provisto de dos series de barras horizontales en direcciones ortogonales. Se da jeneralmente a las armaduras mas débiles una seccion total por metro de ancho de la losa, a lo ménos igual a la mitad de la seccion de las mas fuertes por metro de largo de la losa.

I entónces, para calcular el espesor ϵ del piso, se admite que la carga aislada puede ser reemplazada (fig. 4, planta) por una carga uniformemente repartida sobre un rectángulo que tenga esta carga por centro, sus lados paralelos a los nervios separados de una cantidad e igual a la suma de los espesores: 1.º de la losa misma, o sea ϵ ; 2.º del relleno i de la calzada, si existen, i sus lados perpendiculares a los nervios separados de una cantidad $\left[e + \frac{L}{3} \right]$, siendo L la separacion de los nervios.

Repartida así la carga, se supone que está soportada por una faja de la losa de ancho $\left(e + \frac{L}{3} \right)$, sin el concurso de las partes adyacentes, es decir por una viga de seccion rectangular $\left(e + \frac{L}{3} \right) \epsilon$ i de luz L , que se apoya sobre dos nervios consecutivos.

Si se trata de una losa soportada por dos filas de nervios ortogonales, de separaciones respectivas L i L' , para calcular el momento de flexion en el sentido de la luz L , se podrá, a falta de otra cosa, calcularlo como si únicamente existieran los nervios de luz L , multiplicando la cifra obtenida por el coeficiente de reduccion:

$$\frac{1}{1 + 2 \frac{L^4}{L'^4}}$$

Se hará lo mismo, permutando las letras L i L' , para obtener el momento de flexion en el sentido de la luz L' .

Adherencia.—Para asegurarse de la adherencia entre el concreto i la armadura, tendida por ejemplo, se observará que si, en dos secciones vecinas AB , $A'B'$ de una pieza (fig. 5), espaciadas de una lonjitud Δ_s , se ha encontrado para la tension de la armadura los valores R'_a i R''_a por unidad de superficie, las tracciones totales sobre estas dos secciones serán:

$$\omega' R'_a \quad \text{i} \quad \omega' R''_a$$

Supongamos, para fijar las ideas, $R''_a > R'_a$; será la diferencia: $\omega' (R''_a - R'_a)$ la que tenderá a hacer deslizar la porcion de armadura de lonjitud Δ_s en su vaina de

concreto. Luego, si el perímetro total de las armaduras tendidas es χ' , la adherencia por unidad de superficie será:

$$\frac{\omega' (R''_a - R'_a)}{\chi' \Delta_s}$$

Esta relacion no debe ser superior al límite impuesto para la adherencia por el artículo 6 del reglamento.

Si estribos u otras piezas trasversales son *suficientemente solidarias* con una armadura longitudinal para contribuir a impedir que ésta deslice en su vaina de concreto, debe descontarse del esfuerzo:

$$\omega' (R''_a - R'_a)$$

la fuerza F de cizalle de las piezas trasversales que se encuentran en la longitud Δ_s considerada, o el producto de la seccion cizallada por el trabajo de cizalle admitido para el metal; i basta que la relacion:

$$\frac{\omega' (R''_a - R'_a) - F}{\chi' \Delta_s}$$

no sobrepase el límite admitido para la adherencia.

Pero simples ligaduras entre las armaduras trasversales i longitudinales no bastan para producir el efecto de la fuerza F . Deben hacerse estas ligaduras, pero conviene no tomarlas en cuenta como ayuda prestada a la adherencia.

Deslizamiento longitudinal del concreto sobre sí mismo i esfuerzo de corte.—Consideremos siempre una porcion de pieza comprendida entre dos secciones trasversales AB i $A'B'$ distantes Δ_s i con una armadura longitudinal $a'b'$ del lado de la estension. Hagamos en la parte tendida del concreto, es decir entre la armadura $a'b'$ i el plano de las fibras neutras, una seccion mn paralela a este plano. Sea ω_b el área de esta seccion.

Como no se toman en cuenta las tensiones del concreto normalmente a mB i nB' , la porcion $mnBB'$ de la pieza está en el equilibrio bajo la influencia de las tensiones $\omega' R''_a$ i $\omega' R'_a$ de las armaduras i del esfuerzo longitudinal o de cizalle segun mn . Luego este esfuerzo por unidad de superficie.

$$(a) \quad \frac{\omega' (R''_a - R'_a)}{\omega_b}$$

no debe sobrepasar la fatiga admitida para el cizalle.

Si armaduras trasversales resisten *eficazmente* al deslizamiento longitudinal, se las puede tomar en cuenta como se ha dicho mas arriba para la adherencia.

Este esfuerzo (a) queda constante hasta la fibra media. Mas allá disminuye por efecto de las compresiones, de suerte que el que se considera aquí representa el máximo.

El esfuerzo de corte en cada punto es, por lo demas, como se sabe, de la misma magnitud que el esfuerzo de deslizamiento longitudinal de que acaba de hablarse.

Art 12.—Flambaje.—Para asegurarse contra el flambaje de las piezas comprimidas se puede hacer uso de la regla de Rankine, que se traduce por la desigualdad siguiente:

$$(29). \quad \frac{N}{\omega} \left(1 + \frac{k l^2}{10\,000 r^2} \right) < R_b$$

N es el esfuerzo de compresion: si varia notablemente de una estremidad a otra de la pieza, se tomará el valor relativo a la seccion media, situada a igual distancia de las estremidades;

l es la longitud de la pieza;

r el radio de jiracion minimum de la seccion trasversal que, en el caso frecuente de una pieza simétrica, tiene la direccion del eje de simetría o la direccion perpendicular;

R_b es el límite de fatiga admisible para el concreto armado (art. 4).

En fin, k es un coeficiente numérico que depende de las condiciones a las cuales está sometida la pieza en sus estremidades, i que tiene los valores siguientes:

Condiciones relativas a las estremidades	K	Observaciones
Pieza empotrada en un extremo, libre en el otro.....	4	
Pieza articulada en los dos extremos.....	1	
Pieza empotrada en un extremo, articulada en el otro.....	$\frac{1}{2}$	Si el empotramiento es imperfecto, se tomará un valor medio entre $\frac{1}{2}$ i 1.
Pieza empotrada en sus dos extremos.....	$\frac{1}{4}$	Si uno de los empotramientos es imperfecto, se tomará un valor medio entre $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{2}$. Si los dos son imperfectos, un valor medio entre $\frac{1}{4}$ i 1.

Cuando la pieza comprimida es de gran longitud, sucede que la unidad es despreciable delante de la expresión $\frac{k l^2}{10\,000 r^2}$. La desigualdad que expresa la condición de estabilidad puede entonces ponerse bajo la forma simplificada:

$$\frac{N}{\omega} \cdot \frac{k l^2}{10\,000 r^2} < R_b$$

o:

$$(30). \quad N < \frac{10\,000 \omega r^2}{k l^2} R_b$$

El valor medio de R_b es mas o menos de 50×10^4 (50 kilogramos por centímetro cuadrado). El coeficiente de elasticidad longitudinal del concreto es, término medio, la décima parte del del acero, o sea:

$$E_b = 2 \times 10^9$$

De donde resulta que el producto $10\,000 R_b$ es sensiblemente igual a:

$$\frac{\pi^2 E_b}{4}$$

lo que permite escribir la condición 30) bajo la forma:

$$(31). \quad N < \frac{1}{4k} \frac{\pi^2 \omega r^2}{l^2} E_b$$

Es la fórmula de Euler, con un coeficiente de seguridad igual a 4.

Se ve, pues, que las indicaciones proporcionadas por esta fórmula concuerdan con las de la regla de Rankine para las piezas de gran longitud.

Si la pieza sometida a un esfuerzo de compresión N está, al mismo tiempo, solicitada por un momento de flexión cuyo efecto no pueda considerarse despreciable, (caso de una carga descentrada, empuje del viento, etc.), conviene completar la condición de estabilidad expresada por la desigualdad 29), introduciendo en ella el valor del trabajo máximo de compresión, determinado, en la sección media, por el momento flexionante M .

Este trabajo tiene por expresión:

$$\frac{Mv}{I} \quad (\text{fórmula 5}) \quad ; \quad \text{o} : \quad \frac{N v_o v}{\omega r^2} \quad (\text{fórmula 11}).$$

La regla de Rankine se traduce entonces por una u otra de las dos desigualdades siguientes:

$$(32). \quad \frac{N}{\omega} \left(1 + \frac{k l^2}{10\,000 r^2} \right) + \frac{Mv}{I} < R_b$$

$$(33). \quad \frac{N}{\omega} \left[1 + \frac{kl^2}{10\,000\,r^2} + \frac{v_0 v}{r^2} \right] < R_b$$

III i IV.—EJECUCION DE LOS TRABAJOS I PRUEBAS

Las instrucciones relativas a la ejecucion de los trabajos i a las pruebas se justifican por sí mismas, i no necesitan comentario. Nos limitaremos a recordar *que el concreto armado no vale sino por la perfeccion de su ejecucion*. Los accidentes producidos son, en general, debidos a la mediocre calidad de los materiales o a su mal empleo. Conviene, pues, ejercer *una vijilancia mui especial* sobre la proveniencia i pureza de los materiales, su dosificacion, la del agua empleada en la confeccion del concreto, su pisoneado, su introduccion a lo largo de las armaduras, la sólida colocacion de éstas, etc.

En cuanto a las pruebas, pueden, en ciertas circunstancias, simplificarse, mediante justificacion. Pero conviene tambien aquí no buscar economías o facilidades que puedan hacer incurrir en un riesgo cualquiera para la seguridad pública.

Informe de la Comision

Esperamos ser mui breves en este informe, porque la Comision ha hecho lo posible para que los proyectos de instrucciones i de circular que ha preparado, formen un todo que pueda bastar a los ingenieros i, por consiguiente, al Consejo.

Debemos solamente indicar en qué orden de ideas se ha creido necesario reformar los proyectos de reglamento i de circular preparados por la Comision del cemento armado, i nos apresuramos a declarar que las diferencias son mas bien de forma que de fondo, aunque no son sin importancia.

En todo caso, hemos creido que no debiamos hacer nada sin consultar a los dos principales representantes actuales de la Comision del cemento armado: su informante señor inspector jeneral Considére, i su presidente despues del retiro del presidente señor Lorieux, el ingeniero en jefe señor Résal.

En efecto, esta Comision ha llevado a cabo una obra considerable, a la cual ha consagrado cuatro años i de la que no dan sino una idea imperfecta, a pesar de su importancia, las piezas puestas a disposicion de los miembros del Consejo, a saber: los proyectos de reglamento i de circular preparados por ella i el majistral informe del mas calificado en la materia, señor inspector jeneral Considére. Es preciso, ademas, haber examinado los procesos verbales de las esperiencias de largo aliento a que se ha entregado la Comision con el concurso del ingeniero señor Mesnager i del laboratorio de la Escuela de Puentes i Calzadas, para poder apreciar toda la estension i el alcance de su obra. Convenia, pues, no tocarla sino con la mayor reserva i conociendo su opinion. En esta intelijencia hemos tratado de cumplir la mision que el Consejo

nos ha hecho el honor de confiarnos; mision mui delicada, pues si el concreto armado es cada dia mas apreciado en sus efectos, es todavía conocido mui imperfectamente en sus causas. Mientras mas se reflexiona, mas se comprende que hai aquí numerosos fenómenos que permanecen oscuros. En estas condiciones, no es fácil llegar a la precision deseable en instrucciones para injenieros, sin entravarlos en la via del progreso que queda abierta. Sin duda el sentimiento de estas dificultades ha detenido a la Comision del cemento durante varios años. El debe tambien servirnos de excusa por las semanas de reflexion que nos hemos tomado.

Hemos tratado de andar lijero. La Comision se constituyó pocos dias despues de su designacion. Ha tenido dos sesiones a las cuales han sido convocados los señores Considère i Résal. En ellas se han discutido todos los artículos del proyecto de reglamento de la Comision del cemento armado, así como el proyecto de circular i el informe del señor Considère que lo acompaña.

En seguida la Comision se ha suspendido, encargando al infrascrito de preparar sus proposiciones.

En el intervalo, el infrascrito ha recibido, en nombre de la minoria de la Comision del cemento armado, un proyecto de reglamento firmado por el injeniero en jefe señor Rabut i el injeniero señor Mesnager, dos miembros mui calificados, tambien, de la citada Comision.

Sus observaciones visaban dos puntos: uno relativo al valor del coeficiente de elasticidad del concreto, el otro tendente a que las prescripciones contenidas en el proyecto de reglamento, relativamente a los cálculos de resistencia de los materiales, sean mui abreviadas i reducidas a algunas indicaciones jenerales, para evitar todo lo que pueda tender a restringir, en esta materia, la libertad científica de los injenieros, sin perjuicio de poner en la circular las esplicaciones o los consejos que se juzgue útil dar.

Sobre este último punto todos han concluido por ponerse de acuerdo, i éste ha sido tambien el sentimiento del Consejo Jeneral de Puentes i Calzadas en la sesion en que el asunto se puso en discusion i fué, despues de un cambio de observaciones, enviado de nuevo a la Comision que tenemos el honor de presidir.

En apoyo de sus observaciones sobre el coeficiente de elasticidad, los señores Rabut i Mesnager han acompañado los resultados de una serie de esperiencias hechas por el señor Mesnager, esperiencias que hemos naturalmente agregado a los antecedentes, junto con diversos otros documentos, especialmente un proyecto de reglamento preparado por estos señores.

De las esperiencias de que se trata resulta que, hasta un esfuerzo de 60 kilogramos por centímetro cuadrado, el coeficiente de elasticidad del concreto experimentado por ellos i compuesto de 300 kilogramos de cemento Portland por 400 litros de arena i 800 litros de grava, es mas o ménos igual a 1/10 del coeficiente de elasticidad del acero. Esto es tambien lo que se deduce mas o ménos de las esperiencias del profesor Bach de Stuttgart, i de las emprendidas en Francia, desde los comienzos del concreto armado, a pedido del director de faros, señor Bourdelles.

En posesion de una parte de las esplicaciones cambiadas durante nuestras dos primeras sesiones con los dos representantes de la mayoría de la Comision del cemento armado, señores Considère i Résal, i de las esplicaciones proporcionadas a nombre de la minoría de la Comision, el infrascrito se puso a preparar, no sin frecuentes escrúpulos, los proyectos de instrucciones i de circular que la Comision actual tiene el honor de someter al exámen del Consejo.

A la palabra *Reglamento* empleada por la Comision del cemento armado, hemos sustituido la palabra *Instrucciones* que, teniendo el mismo carácter obligatorio para los ingenieros, se anuncia como ménos permanente. Conviene, en efecto, prever que la esperiencia de las faenas, la de los laboratorios i la teoría podrán modificar las ideas actuales sobre el cemento armado i, por consiguiente, obligar a modificaciones de las prescripciones actuales.

En principio, hemos tratado de condensar estas instrucciones en un pequeño número de artículos, breves i precisos. Ellas han sido divididas en cuatro partes:

- I.—Normas admisibles en los proyectos relativos al concreto armado;
- II.—Cálculos de resistencia (hechos de acuerdo con estas normas);
- III.—Ejecucion de los trabajos;
- IV.—Prueba de las obras.

I.—Normas admisibles.—Comprenden dos partes distintas: las sobrecargas i los coeficientes de trabajo.

No hai nada que decir de las sobrecargas. Son las mismas para las obras de concreto armado que para las similares de otros materiales.

La fatiga a la compresion del cemento armado se ha admitido igual a los 0.28 de la resistencia al aplastamiento del concreto no armado de la misma composicion a los 90 dias de la confeccion, midiéndose esta resistencia sobre un cubo de 0.20 m de lado.

La Comision del cemento armado, en su proyecto de reglamento, no habia indicado la fatiga máxima admisible sino para tres especies de concretos, formados de 800 litros de grava i 400 litros de arena, con las tres dosificaciones siguientes:

300, 350 i 400 kilogramos de cemento Portland.

Ella ha encontrado para estos concretos, respectivamente, las resistencias siguientes, en kilogramos por cm^2 :

al cabo de 28 dias: 107, 120 i 133 kilogramos;

al cabo de 90 dias: 160, 180 i 200 kilogramos.

Ella admite en su reglamento los siguientes límites de fatiga:

46, 52 i 58 kilogramos.

La regla que nosotros proponemos da: 44.8, 50.4 i 56 kilogramos; es decir, sensiblemente las mismas cifras. Estamos, pues, de acuerdo con ella i nuestra fórmula tiene la ventaja de estenderse a otros concretos de composiciones mui variables que pueden ser empleados en la práctica.

Pero no sin vacilacion hemos seguido a la Comision en este punto. Esta tasa de fatiga de los 0.28 de la resistencia despues de 90 dias es elevada, i mucho mas elevada que las cifras similares admitidas en otros reglamentos, especialmente en los reglamentos alemanes i suizos. Donde nosotros admitimos una fatiga de 51 kilogramos, no se admitiria mas de 30 a 35 kilogramos.

Los señores Résal i Considére, en nombre de la Comision del cemento armado, han insistido en el mantenimiento de las cifras propuestas por esta Comision despues de una larga discusion en presencia de los representantes de la Industria que han formado parte de la Comision. Han hecho valer que las cifras admitidas son las usadas corrientemente en la práctica, i que la industria no se contentaria con cifras notablemente menores. M. Considére nos ha manifestado despues que los reglamentos extranjeros son ya mui antiguos, si se atiende a los rápidos progresos del concreto armado; que dan lugar, desde el punto de vista especial de que se trata, a reclamaciones de parte de los constructores, i que verdaderamente, sea por tolerancia, sea por una modificacion de las prescripciones existentes, será necesario elevar notablemente las tasas de fatiga fijadas en una época en que no se tenia todavía, respecto al concreto armado, la esperiencia adquirida despues.

Veremos, por lo demas, que las normas adoptadas para los cálculos de resistencia tranquilizan respecto de los valores elevados adoptados para las tasas de fatiga en los artículos 4. i 5.

Este último artículo permite aumentar la tasa normal de fatiga admitida en el artículo 4.

El constituye una innovacion respecto a las instrucciones extranjeras que nos ha sido dado consultar, en cuanto alentará a los constructores a prestar atencion, no sólo a las armaduras longitudinales, sino tambien a las armaduras trasversales, que tienen una influencia considerable en la solidez de esta clase de construcciones. Merece ser conservado. En las instrucciones está formulado en una forma jeneral. El comentario

que da la circular con el coeficiente de aumento $\left(1 + m' \frac{V'}{V}\right)$ guiará a los injenieros en la adopcion de la tasa del aumento segun los casos. Por una especie de interpolacion rápida se puede, con suficiente aproximacion, pasar de los casos especificados en la circular a casos diferentes, con la eleccion del coeficiente m' , que es lo único que queda a la apreciacion de los injenieros.

II.—Cálculos de resistencia.—Se vé que nuestras instrucciones se limitan a algunas prescripciones jenerales que dejan a los injenieros la mas absoluta libertad en los métodos de cálculo que crean deber emplear, bajo la sola reserva de no sustituir los métodos empíricos de los especialistas a los métodos mas seguros sacados de la resistencia de materiales o de la teoria de la elasticidad. Pero como, por otra parte, sabemos que muchos injenieros desearian tener algunas indicaciones que pudiesen ser-

virles de guía en estos cálculos nuevos para muchos de ellos, en la circular hemos tratado de dar a este deseo la satisfacción mas amplia posible, haciendo, sin embargo, notar que las fórmulas i aun los métodos indicados no tienen ningun carácter obligatorio, i que serán admitidos otros métodos, con tal de que sean racionales.

Debemos insistir, nó sobre las fórmulas contenidas en la circular i que son deducidas de los principios de la resistencia de materiales relativos a las piezas de secciones heterojéneas, sino sobre una de las normas en ella indicada o aconsejada i que, como la señalada mas arriba con ocasion del artículo 5, innova respecto a lo que existe i, como lo hemos indicado ya, puede atenuar sensiblemente lo que pueda tener de atrevido la tasa elevada de fatiga a la compresion del concreto admitida en los artículos 4 i 5. Se trata de una cifra que se admite en los cálculos de resistencia para espresar la equivalencia, a igualdad de seccion, entre el concreto i la armadura. En las fórmulas de la mayor parte de los autores franceses i extranjeros, se admite que en la compresion de un prisma armado, cada centímetro cuadrado de la armadura longitudinal soporta una parte de carga m veces mayor que la que soportaria un centímetro cuadrado de concreto que ocupara el mismo lugar.

Teóricamente, la cifra m seria la relacion entre los módulos de elasticidad del metal i del concreto; los señores Rabut i Mesnager piden que esta cifra se tome igual a 10. En Suiza i en Alemania, como tambien segun los autores franceses i belgas, se adopta de preferencia la cifra 15.

Es verosímil que con esta última cifra se atribuya a menudo al metal una influencia mayor que la real, i al concreto una influencia demasiado débil, de suerte que éste soportará en realidad una fatiga mayor que la que suponen los cálculos.

La innovacion de la circular consiste en proponer para este número m , no un valor fijo, como 10 o 15, sino un valor que dependa a la vez de las disposiciones de las armaduras transversales u oblicuas que las hacen solidarias. Se admite así que el número m puede variar entre un minimum de 8 i un maximum de 15, segun que las disposiciones de las armaduras estén mas o ménos bien combinadas.

Esta manera de proceder parece teóricamente mas racional, ademas de que viene a agregarse a las prescripciones del artículo 5 de las instrucciones para alentar a los prácticos a estudiar bien las disposiciones combinadas de las armaduras longitudinales i transversales.

Nos hemos asegurado, por otra parte, de que se llega así a un coeficiente de seguridad mucho mas constante que con las obras calculadas en la hipótesis de la constancia de m , lo que disminuye sensiblemente el peligro que puede resultar del coeficiente de fatiga elevado que se ha adoptado en los artículos 4 i 5 de las instrucciones.

Para comprender bien el jénero de verificacion que hemos perseguido, conviene precisar el sentido que se da a la espresion: *coeficiente de seguridad*.

Supongamos una columna de concreto armado en que, segun los *cálculos de re-*

sistencia, el concreto trabaje a razon de 50 kilogramos por cm^2 , mientras un cubo del mismo concreto no armado se rompería despues de 90 días bajo una carga de 200 kilogramos por cm^2 .

Se dirá que el coeficiente de seguridad es 4. Pero—(i esta observacion se aplica tambien a obras que no sean de concreto armado)—este no es sino un coeficiente convencional, el único en jeneral que se puede fijar, i con el cual es preciso, por consiguiente, contentarse en la práctica. El verdadero coeficiente de seguridad no podría obtenerse sino rompiendo, no un cubo de concreto no armado, sino la columna misma. I es probable que la columna se rompería bajo una carga distinta que el cubo de concreto, aun haciendo abstraccion del flambaje, que suponemos combatido. Si la columna no estuviese armada, se rompería bajo una carga un poco mas débil, a causa de los puntos débiles que supone una obra de mayores dimensiones i ménos cuidada, en sus menores detalles, que una muestra cúbica de 20 cm de lado. Gracias a la armadura, i este es su objeto o a lo ménos uno de ellos, puede ser que la columna soporte, ántes de romperse, una carga igual o superior a la que ha podido soportar la muestra cúbica.

En el primer caso, el coeficiente de seguridad convencionalmente referido a esta muestra sería engañosador e ilusorio. En el segundo, al contrario, sería mui seguro, porque no podría ser sino igual o inferior al coeficiente de seguridad real.

En todo caso, este último no puede obtenerse sino por destruccion directa de la obra considerada. Este coeficiente real lo hemos determinado sobre un prisma de concreto armado de base cuadrada de 0.25 m de lado i de 1 m de altura con diversas armaduras, con la ayuda de esperiencias de ruptura mui precisas del profesor Bach. Hemos comparado con las cargas de ruptura experimentalmente determinadas las fatigas que resultarían:

1.º—Del empleo de las fórmulas de resistencia con un coeficiente m constante e igual a 15;

2.º—Del empleo de las fórmulas con un coeficiente m variable entre 8 i 15, segun las reglas indicadas en la circular, e interpolando segun estas reglas en vista de los aumentos de la fatiga admitidos por el artículo 5 de las instrucciones para el empleo de los coeficientes de aumento:

$$1 + m' \frac{V'}{V}$$

obteniéndose en cada caso el coeficiente m' segun las reglas indicadas en la circular.

He aquí los datos esperimentales i los resultados obtenidos:

Seccion del prisma: $\omega = 25 \times 25 = 625 \text{ cm}^2$; volúmen V' de las ligaduras: $V' = 62,645 \text{ cm}^3$.

Los prismas ensayados tienen una seccion cuadrada de 250 milímetros de lado. Están armados con 4 varillas alejadas 180 milímetros de eje a eje i de diámetros d variables de 15 a 30 milímetros.

Estas varillas longitudinales están reunidas de dos en dos por varillas que forman ligaduras transversales dobles según los cuatro lados de un cuadrado. Todas estas varillas tienen 7 milímetros de diámetro. La separación de las armaduras transversales en el sentido del eje del prisma varía de 0.25 a 0.0625 m.

He aquí el resumen de las cinco series de experiencias:

CUADRO I

N.º de la experiencia	Diámetro d de las armaduras longitudinales, en mm.	Separación de las armaduras transversales, en cm.	Valor medio de la carga de ruptura, en kgs por cm ²	Sección de las armaduras longitudinales. $\omega = 4 \frac{\pi d^2}{400}$. cm ²
(1).	(2)	(3)	(4)	(5)
1	15	25.00	168	7.1
2	15	12.50	177	7.1
3	15	6.25	205	7.1
4	20	25.00	170	12.6
5	30	25.00	190	28.3

Agreguemos que la carga de ruptura del prisma no armado

se encontró de..... 141.95 kilogramos
i la de un metro cúbico de concreto de..... 175.95 »

Suponiendo $m = 15$ i llamando R_b la fatiga admitida para el concreto, la carga total N que podría soportar el concreto sería:

$$(A) \quad N = R_b (625 + 15\omega)$$

Tomando $R_b = 35$ kilogramos, lo que estaría conforme con las instrucciones alemanas, se encuentra:

$$(A') \quad N = 35 (625 + 15\omega)$$

CUADRO II

Número de la experiencia (1)	15 ω (cm ²) (2)	625+15 ω (3)	N kgs. (4)	$\frac{N}{625}$ (5)	Cargas de ruptura (6)	Coefficiente de seguridad efectivo (7)
1	106	731	25,585	40.9	168	4.1
2	106	731	25.585	40.9	177	4.3
3	106	731	25.585	40.9	205	5.0
4	189	814	28.490	48.6	170	3.7
5	424	1049	36.715	58.7	190	3.2

La columna 5 da la carga teórica por centímetro cuadrado que soporta el concreto de la columna.

La columna 6, reproducción de la 3 del Cuadro I, da las cargas de ruptura efectivas correspondientes.

Dividiendo las cifras de la columna 6 por las correspondientes de la columna 5, se tendrá en cada caso el coeficiente de seguridad efectivo. Se vé que hai variaciones mui considerables. Varía entre 5 i 3.2, lo que indica que la fórmula (A), es decir la hipótesis de la constancia de *m*, puede conducir a serios fracasos.

Hagamos los mismos cálculos suponiendo *m* variable. Siguiendo las reglas indicadas en la circular, se llega por interpolaciones a dar a *m* los valores del cuadro de mas adelante.

Por otra parte, admitamos para el concreto, en números redondos, segun el artículo 4 de las instrucciones, una fatiga de 50 kilogramos en vez de la de 35 admitida mas arriba, i en virtud del artículo 5 aumentemos esta fatiga de acuerdo con los coeficientes de aumento:

$$1 + m' \frac{V'}{V}$$

lo que conduce a:

$$(B) \quad R_b = 50 \left[1 + m' \frac{V'}{V} \right]$$

Segun las reglas indicadas en la circular, concluimos por adoptar para *m* los valores del cuadro de mas abajo. Las cargas *N* que se hará soportar a la columna serán dadas por la fórmula:

$$(B') \quad N = R_b (625 + m \omega)$$

Se tiene así:

CUADRO III

Números (1)	m (2)	$m \omega$ (em2) (3)	$625 + m \omega$ (4)	Separacion de las armaduras trasver- sales $\frac{m}{m}$ (5)	m' (6)	$\frac{V'}{V}$ (7)	$R_b = 50$ $(1 + m' \frac{V'}{V})$ (8)	N Kgs (9)	$\frac{N}{625}$ (10)	Coefficien- te de segu- ridad efectivo (11)
1	10	71	696	0.250	8	0.00401	51.6	35.913	57.4	2.9
2	12	85	710	0.125	12	0.00802	54.8	38.908	62.3	2.8
3	15	106	731	0.063	15	0.01604	62.0	55.322	72.5	2.8
4	9	113	738	0.250	8	0.00401	51.6	48.080	60.9	2.8
5	8	226	851	0.250	8	0.00400	51.6	43.911	70.2	2.7

Las cifras de la columna 9 se obtienen por la fórmula (B'). Las de la columna 11 dividiendo el valor de las cargas de ruptura (cuadro I, columna 3) por las cifras de la columna 10. I se ve aquí que los coeficientes de seguridad efectivos son de una notable constancia, lo que permite ser mas atrevido respecto a la fatiga teórica máxima admisible.

III i IV.—*Ejecucion de los trabajos i prueba de las obras.*—Las instrucciones sobre estas dos materias se justifican por sí mismas i no hai para qué detenerse en ellas.

En resumen, la Comision ha hecho lo posible para dar a los ingenieros instrucciones tan precisas como lo permite la materia, esplicando estas instrucciones en lo necesario por la circular anexa, i facilitando los cálculos de resistencia a los ingenieros que lo deseen, sin limitar en nada su libertad, que debe ser a este respecto mas absoluta, porque se trata de una nueva provincia en el arte de construir que se ofrece a sus estudios i a su actividad, i en la cual, por lo demas, muchos de ellos han sido los primeros *pionniers* que han preparado las vias que se siguen actualmente.

(Traducido por Gustavo Quezada A.)