

El Catálogo Fotográfico del Cielo.

Fórmulas para convertir las coordenadas rectilíneas de las estrellas de las placas fotográficas en coordenadas ecuatoriales, y aplicación de esas fórmulas a una de las placas de la zona encomendada al Observatorio Astronómico de Santiago.

POR

ISMAEL GAJARDO REYES

Sub-director del Observatorio Astronómico Nacional y Jefe de la Sección Astrofotográfica
(Trabajo leído en el Instituto de Ingenieros de Chile, el Martes 4 de Agosto de 1917).

(Continuación)

Cálculo de las constantes de la placa n.º 5

ECUACIONES DE CONDICIÓN

$$\left. \begin{array}{l} x_1 a + Y_1 b + c = m_1 \\ x_2 a + Y_2 b + c = m_2 \\ X_3 a + y_3 b + c = m_3 \\ X_4 a + y_4 b + c = m_4 \end{array} \right\} A \quad \begin{array}{l} m_1 = \xi_1 - x_1 \\ m_2 = \xi_2 - x_2 \\ m_3 = \xi_3 - X_3 \\ m_4 = \xi_4 - X_4 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 d + Y_1 e + f = n_1 \\ x_2 d + Y_2 e + f = n_2 \\ X_3 d + y_3 e + f = n_3 \\ X_4 d + y_4 e + f = n_4 \end{array} \right\} B \quad \begin{array}{l} n_1 = \eta_1 - Y_1 \\ n_2 = \eta_2 - Y_2 \\ n_3 = \eta_3 - y_3 \\ n_4 = \eta_4 - y_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x_1 = - 0,3007 & m_1 = \xi_1 - x_1 = + 0,0551 \\ x_2 = - 2,2140 & m_2 = \xi_2 - x_2 = - 0,0017 \\ X_3 = - 9,0296 & m_3 = \xi_3 - X_3 = + 0,0183 \\ X_4 = + 8,0138 & m_4 = \xi_4 - X_4 = + 0,0223 \\ Y_1 = - 10,2118 & \end{array}$$

$Y_2 = + 8,4329$	$m_2 - m_1 = - 0,0568$
$Y_3 = - 2,6962$	$m_4 - m_3 = + 0,0040$
$Y_4 = + 1,5789$	$x_2 - x_1 = - 1,9133$
$\xi_1 = - 0,2456$	$X_4 - X_3 = + 17,0434$
$\xi_2 = - 2,2157$	$Y_2 - Y_1 = + 18,6447$
$\xi_3 = - 9,0113$	$y_4 - y_3 = + 4,2751$
$\xi_4 = + 8,0361$	

CÁLCULO DE a

$$a = \frac{(m_2 - m_1)(y_4 - y_3) - (Y_2 - Y_1)(m_4 - m_3)}{(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (Y_2 - Y_1)(X_4 - X_3)}$$

$$a = \frac{-0,24282568 - 0,07457880}{-8,17954883 - 317,769}$$

$$a = \frac{-0,31740448}{-325,94854883} = + 0,0009738$$

CÁLCULO DE b

$$b = \frac{(m_2 - m_1) + (m_4 - m_3) - a \{(x_2 - x_1) + (X_4 - X_3)\}}{(Y_2 - Y_1) + (y_4 - y_3)}$$

$$b = \frac{-0,0528 - 0,0147}{22,9198} = \frac{-0,0675}{22,9198}$$

$$\log - 0,0675 = 8,8293038_n$$

$$\log 22,9198 = 1,3602108$$

$$\log b = 7,4695146_n$$

$$b = -0,00294792$$

CÁLCULO DE c

$$c = \frac{(m_1 + m_2) + (m_3 + m_4) - a \{(x_1 + x_2) + (X_3 + X_4)\} - b \{(Y_1 + Y_2) + (y_3 + y_4)\}}{4}$$

$$\begin{array}{rcl}
 m_1 + m_2 & = & +0,0534 \\
 m_3 + m_4 & = & +0,0406 \\
 \hline
 \Sigma & = & +0,0940
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 x_1 + x_2 & = & -2,5147 \\
 X_3 + X_4 & = & -1,0158 \\
 \hline
 \Sigma & = & -3,5305 \\
 -3,5305 \times a & = & -0,003438001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 Y_1 + Y_2 & = & -1,7789 \\
 y_3 + y_4 & = & -1,1173 \\
 \hline
 \Sigma & = & -2,8962 \\
 -2,8962 \times b & = & +0,008537766
 \end{array}$$

$$1.^{\text{er}} \text{ término numerador} = + 0,0940$$

$$2.^{\text{o}} \text{ término numerador} = (- 0,0034)$$

$$\text{Resta} = + 0,0974$$

$$3.^{\text{er}} \text{ término numerador} = (+ 0,0085)$$

$$\text{Resta} = + 0,0889$$

$$c = + 0,0222$$

CÁLCULO DE d

$$d = \frac{(n_2 - n_1)(y_4 - y_3) - (Y_2 - Y_1)(n_4 - n_3)}{(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (Y_2 - Y_1)(X_4 - X_3)}$$

$$\eta_1 = - 10,1657$$

$$n_1 = \eta_1 - Y_1 = + 0,0461$$

$$\eta_2 = + 8,4888$$

$$n_2 = \eta_2 - Y_2 = + 0,0559$$

$$\eta_3 = - 2,6719$$

$$n_3 = \eta_3 - y_3 = + 0,0243$$

$$\eta_4 = + 1,6646$$

$$n_4 = \eta_4 - y_4 = + 0,0857$$

$$n_2 - n_1 = + 0,0098 \log = 7,9912261$$

$$y_4 - y_3 = + 4,2751 \log = 0,6309463$$

$$8,6221724$$

$$+ 0,041896$$

$$Y_2 - Y_1 = + 18,6447 \log = 1,2705554$$

$$n_4 - n_3 = + 0,0614 \log = 8,7881684$$

$$0,0587238$$

$$+ 1,144783$$

1.º término del numerador = + 0,041896

2.º término del numerador = - 1,144783

Numerador = - 1,102887 log = 0,0425308_n

Denominador = - 325,9485 log = 2,5131489_n

log d = 7,5293819

d = + 0,00338

CÁLCULO DE e

$$e = \frac{(n_2 - n_1) + (n_4 - n_3) - d \{ (x_2 - x_1) + (X_4 - X_3) \}}{(Y_2 - Y_1) + (y_4 - y_3)}$$

$n_2 - n_1 = + 0,0098$

$x_2 - x_1 = - 1,9133$

$n_4 - n_3 = + 0,0614$

$X_4 - X_3 = + 17,9434$

$\Sigma = + 0,0712$

$\Sigma = + 15,1301$

$+ 15,1301 \times d = + 0,05114$

1.º término del numerador = + 0,0712

2.º término del numerador = + 0,0511

Resta = + 0,0201

Numerador = + 0,0201 log = 8,3031961

Denominador = + 22,9198 log = 1,3602108

log e = 6,9429853

e = + 0,00088

CÁLCULO DE f

$$f = \frac{(n_1 + n_2) + (n_3 + n_4) - d \{ (x_1 + x_2) + (X_3 + X_4) - e \{ (Y_1 + Y_2) + (y_3 + y_4) \}}}{4}$$

$n_1 + n_2 = + 0,1020$

$x_1 + x_2 = - 2,5147$

$n_3 + n_4 = + 0,1100$

$X_3 + X_4 = - 1,0158$

$\Sigma = + 0,2120$

$\Sigma = - 3,5305$

$$- 3,5305 \times d = - 0,0119$$

$$Y_1 + Y_2 = - 1,7789$$

$$y_3 + y_4 = - 1,1173$$

$$\Sigma = - 2,8962$$

$$- 2,8962 \times e = - 0,0025$$

$$1.^{\text{er}} \text{ término del numerador} = + 0,2120$$

$$2.^{\text{o}} \text{ término del numerador} = (- 0,0119)$$

$$\text{Resta} = + 0,2239$$

$$3.^{\text{er}} \text{ término del numerador} = (- 0,0025)$$

$$\text{Resta} = + 0,2264$$

$$f = + 0,0566$$

RESUMEN

$$a = + 0,00097 \dots \dots \log = 6,9867717$$

$$b = - 0,00295 \dots \dots \log = 7,4698220_n$$

$$c = + 0,02222$$

$$d = + 0,00338 \dots \dots \log = 7,5289167$$

$$e = + 0,00088 \dots \dots \log = 6,9444827$$

$$f = + 0,0566$$

CÁLCULO DE LAS COORDENADAS ECUATORIALES DE LA ESTRELLA N.º 63

Fórmulas

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x + a x + by + c \\ \eta &= y + d x + ey + f \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= \xi \sec \delta + 300 \xi \eta \sec \delta_0 \tan \delta_0 \text{ sen } 1'' + 300^2 \xi \eta^2 \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0 \text{ sen}^2 1'' - \\ &\quad - \frac{300^2}{3} \xi^3 \sec^3 \delta_0 \text{ sen}^2 1'' \\ \delta - \delta_0 &= \eta - \frac{1}{2} 300 \xi^2 \tan \delta_0 \text{ sen } 1'' - \frac{1}{2} 300^2 \xi^2 \eta \sec^2 \delta_0 \text{ sen}^2 1'' - \\ &\quad - \frac{1}{2} 300^2 \eta^3 \text{ sen}^2 1'' \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (4) \\ (4 \text{ bis}) \end{matrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \xi \sec \delta - 4650 \times 10^{-7} \xi \eta + 21 \times 10^{-8} \xi \eta^2 - 81 \times 10^{-8} \xi^3 \\ \delta_0 &= \eta + 2223 \times 10^{-7} \xi^2 - 116 \times 10^{-8} \xi^2 \eta - 71 \times 10^{-8} \eta^3 \end{aligned} \right\} (5)$$

ESTRELLA N.º 63

$$\left. \begin{aligned} x &= -6,1957 \\ y &= -3,5937 \end{aligned} \right\} \text{(Véase cuadro A o B)}$$

CÁLCULO DE ξ

$x = -6,1957$ $ax = -0,0060$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\Sigma = -6,2017$ $by = +0,0106$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\Sigma = -6,1911$ $c = +0,0222$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\xi = -6,1689$	$\log a = 6,9867717$ $\log x = 0,7920904_n$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\log ax = 7,7788621_n$ $ax = -0,00600983$ $\log b = 7,4698220_n$ $\log y = 0,5555418_n$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\log by = 8,0253638$ $by = +0,01060142$
---	--

CÁLCULO DE η

$y = -3,5937$ $dx = -0,0209$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\Sigma = -3,6146$ $ey = -0,0032$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\Sigma = -3,6178$ $f = +0,0566$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\eta = -3,5612$	$\log d = 7,5289167$ $\log x = 0,7920904_n$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\log dx = 8,3210071_n$ $dx = -0,0209414$ $\log e = 6,9444827$ $\log y = 0,5555418_n$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $\log ey = 7,5000245_n$ $ey = -0,003162$
--	---

$$\begin{aligned} \xi = -6,1689 \log &= 0,7902077_n \\ \log \xi^2 &= 1,5804154 \\ \log \xi^3 &= 2,3706231_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta &= -3,5612 \log = 0,5515964_n \\ \log \eta^2 &= 1,1031928 \\ \log \eta^3 &= 1,6547892_n \end{aligned}$$

CÁLCULO DE δ

$$\begin{array}{r} \eta = -3,5612 \qquad \log \xi^2 = 1,5804154 \\ \text{(II)} = + 0,0085 \quad \log -2223 \times 10^{-7} = 6,3470052_n \\ \hline \qquad - 3,5527 \qquad \log \text{(II)} = 7,9274206_n \\ \text{(III)} = + 0,0002 \qquad \text{(II)} = -0,008461 \\ \hline \qquad - 3,5525 \\ \text{(IV)} = + 0,0000 \qquad \log \xi^2 = 1,5804154 \\ \delta - \delta_0 = -3,5525 \qquad \log \eta = 0,5515964_n \\ \text{(\delta - \delta_0)}^2 = -1065^{\circ},75 \qquad \log 116 \times 10^{-8} = 4,0631698 \\ \hline \delta_0^2 = -61200,00 \qquad \log \text{(III)} = 6,1951816_n \\ \delta^2 = -62255,75 \qquad \text{(III)} = -0,0001567 \\ \delta = -17^{\circ}17'45^{\circ},75 \\ \delta = -17 \ 17 \ 45, \ 20 \qquad \log 71 \times 10^{-8} = 3,8482711 \\ \Delta \delta = \qquad 0^{\circ}, \ 55 \qquad \log \eta^3 = 1,6547892_n \\ \hline \qquad \qquad \qquad \log \text{(IV)} = 5,5030603_n \\ \qquad \qquad \qquad \text{(IV)} = -0,00003185 \end{array}$$

CALCULO DE α

$$\begin{array}{r} \log \xi = 0,7902077_n \qquad \log \xi = 0,7902077_n \\ \log \sec \delta = 0,1200959 \qquad \log \eta = 0,5515964_n \\ \hline \log \text{(I)} = 0,8103036_n \qquad \log -4650 \times 10^{-7} = 6,6674389_n \\ \text{(I)} = -6,46106 \qquad \log \text{(II)} = 8,0092430_n \\ \text{(II)} = -0,01022 \qquad \text{(II)} = -0,010215 \\ \hline \qquad - 6,47128 \\ \text{(III)} = -0,00002 \qquad \log \xi = 0,7902077_n \\ \hline \qquad - 6,47130 \qquad \log \eta^2 = 1,1031928 \\ \text{(IV)} = + 0,00019 \qquad \log 21 \times 10^{-8} = 3,3154741 \\ \text{(\alpha - \alpha_0)} = -6,47111 \qquad \log \text{(III)} = 5,2088746_n \\ \alpha_0 = 108,00000 \qquad \text{(III)} = -0,00001617 \\ \hline \alpha = 101,52889 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \alpha'' & = & 30458'',667 \\
 \alpha^{\circ} & = & 8^{\circ}27'38'',67 \\
 \alpha^h & = & 0^h 33^m 50,58 \\
 \alpha & = & 0 \ 33 \ 50,74 \\
 \Delta \alpha & = & 0,16
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \log \xi^3 & = & 2,3706231_n \\
 \log 81 \times 10^{-8} & = & 3,9064822 \\
 \log (IV) & = & 6,2771053_n \\
 (IV) & = & -0,0001893
 \end{array}$$

Las pequeñas diferencias que resultan entre nuestras coordenadas y las del *Catálogo de Washington*, para la estrella n.º 63, están perfectamente previstas por el cálculo y dependen únicamente del escaso número de estrellas de referencias que hemos empleado para determinar los valores de nuestras constantes; porque si hubiéramos usado 9 estrellas con posiciones conocidas, en cada cuarto de la placa considerada, el error en ascensión recta habría sido

$$\frac{0'',16}{\sqrt{9}} = 0'',05$$

y en declinación

$$\frac{0'',55}{\sqrt{9}} = 0'',18$$

Así, pues, los cálculos desarrollados demuestran, de un modo inequívoco, que las fórmulas usadas, las medidas efectuadas con los aparatos, por nuestros medidores de placas, y la bondad del método fotográfico, para fijar las posiciones de las estrellas, son todo lo exacto y preciso que pudiéramos imaginar.

Conclusión

Los resultados obtenidos y los que se traslucen de la exposición que acabamos de hacer son lo bastante elocuentes para dispensarnos de hablar más extensamente sobre las conclusiones que de ellos se derivan.

Es ya un hecho positivo que el *Catálogo Fotográfico del Cielo*, y su complemento indispensable: la *Carta del Cielo*, no sólo nos permitirán obtener en pocos años más documentos que los esfuerzos reunidos de numerosas generaciones de astrónomos no hubiesen podido jamás realizar por los antiguos métodos, sino que, además, la precisión de los resultados es muy superior a la de las observaciones meridianas corrientes.

En otras palabras, el Atlas Fotográfico del Cielo sobrepasará tanto en riqueza como en precisión a todo lo que hubiéramos podido esperar.

Es una nueva vía y llena de promesas la que se abre así para la Astronomía,

y muy digna, por tanto, de la actividad que el Observatorio Astronómico Nacional debe consagrar a esta obra mundial.

Séame permitido expresar mi gratitud respetuosa a este docto *Instituto de Ingenieros*, por la acogida tan bondadosa que se ha servido dispensarme, concediéndome, por intermedio de su digno Vice-Presidente, la autorización necesaria para dar aquí lectura a mi trabajo.

Debo también hacer presente que la base de esta monografía astronómica ha sido la labor de esos grandes astrónomos que se llaman Baillaud, Bergstrand, Donner, Henry, Jacoby, Kapteyn, Læwy, Rambaut, Rayet, Trépied, Turner y Van de Sande Bakhuisen, cuyas importantes memorias científicas se encuentran en el «*Bulletin de la Carte du Ciel*» y en la revista astronómica inglesa «*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*».

No sería justo tampoco olvidar el libro de propiedad del distinguido ingeniero señor Ernesto Greve, cuyo título y autor son: *Die Photographie der Gestirne* por el doctor J. Scheiner, profesor de Astrofísica en la Universidad de Berlín y astrónomo en el Real Observatorio Astrofísico de Potsdam.

. Este libro, a pesar de estar medio cerrado para mí, por hallarse impreso en idioma alemán, me ha prestado buenos servicios, sobre todo para el esclarecimiento de algunas fórmulas.

Así, pues, gracias a la *Carta Fotográfica del Cielo*, cada persona va a poder estudiar, con entera comodidad, esos puntos luminosos que el ojo humano, aun armado con los más poderosos instrumentos ópticos, no habría podido jamás contemplar.

Ninguna variación, ningún movimiento apreciable escapará a los astrónomos del porvenir, y, gracias a esta representación fiel y exacta de los mundos del espacio, el hombre se lanzará hacia la conquista de soles desconocidos y robará al cielo algunos de los misterios apenas vislumbrados por las generaciones que nos han precedido.

Observatorio Astronómico, Viérnes 17 de Agosto de 1917.

(Continuad).