Ings.: Modesto Collados Núñez
Salomón Chornik Steingard

(Dedicado a la memoria del Profesor don Pedro Godoy Pérez)

Efecto de fuerzas horizontales sobre muros de albañilería

TERCERA PARTE

CALCULO RAPIDO PARA VIVIENDAS ECONOMICAS

Las limitaciones que hace la Ordenanza respectiva a la definición de vivienda económica dan por resultado, en general, estructuras muy parecidas, para las cuales proponemos un procedimiento rápido de cálculo, basado en algunas simplificaciones.

Aceptaremos para este cálculo, la fórmula 16).

$$\frac{E\,b}{p\,h}\,Z = 6{,}6\,\left(\frac{2\,Q\,h}{p\,d^2}\right)^{3/2}$$

Consideremos un conjunto de muros, formado de n tramos de longitudes $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$, cuya suma x designaremos por 1. El mayor de estos tramos lo designaremos x_1 y la razón $\frac{x_1}{l} = \epsilon$

CÁLCULO DE LA DEFORMACIÓN

Las deformaciones z_1, z_2, etc., de estos tramos, deben ser iguales entre sí. Si llamamos Q_1, Q_2, etc... Q_n la parte de la fuerza horizontal Q que toma cada tramo, deducimos de la igualdad de los valores z, las siguientes relaciones:

$$\frac{Q_1}{x_1^2} = \frac{Q_2}{x_2^2} = \frac{Q_3}{x_3^2} = \ldots\ldots\ldots \frac{Q}{\Sigma\,x_2}$$

Ahora bien, si hacemos

$$\Sigma\,x^2 = \varphi\left(\Sigma\,x\right)^2 = \varphi\,l^2 \tag{27}$$

tendremos para la deformación el valor

$$\frac{E\,b}{p\,h}\,Z = 6{,}6\left(\frac{2\,Q\,h}{p\,\varphi\,l^2}\right)^{3/2} = \alpha\left(\frac{2\,Q\,h}{p\,l^2}\right)^{3/2} \tag{28}$$

en que $\qquad \alpha = \dfrac{6{,}6}{\varphi^{3/2}}$

Dimensionamiento al esfuerzo cortante

Expresamos que la fatiga por esfuerzo de corte en uno de los tramos sea menor que la fatiga admisible σ.

$$\frac{Q_1}{b\,x_1} < \sigma$$

$$\frac{Q\,x_1^2}{b\,x_1\,\Sigma\,x^2} < \sigma$$

$$x_1 < \frac{b\,\sigma}{Q}\,\Sigma\,x^2$$

Si esta condición se cumple para el tramo mayor x_1, se cumple a fortiori para los demás.

Reemplazando $x_1 = \epsilon\,l$ $\Sigma\,x^2 = \varphi\,l^2$:

$$\epsilon\,l < \frac{b\,\sigma\,\varphi\,l^2}{Q}$$

$$l > \frac{Q\,\epsilon}{b\,\sigma\,\varphi}$$ o sea, haciendo $\frac{\epsilon}{\varphi} = \beta$

(29) $$l > \beta\,\frac{Q}{b\,\sigma}$$

Dimensionamiento a la flexión compuesta

Suponiendo que la parte sometida a tracción no trabaja, la condición de no sobrepasar la fatiga admisible es:

$$\frac{2\,N}{3\,b\,u} < \sigma$$

en que u representa la distancia del punto de penetración de la resultante en la base del muro al extremo comprimido de éste.

En este caso: $N = p\,x_1$

$$u = \frac{x_1}{2} - \frac{Q_1\,h}{p\,x_1}$$

Multiplicando la desigualdad por 3bu, cantidad siempre positiva:

$$2\,p\,x_1 < 3\,b\,\sigma\left(\frac{x_1}{2} - \frac{Q_1\,h}{p\,x_1}\right)$$

$$4\,p\,x_1 < 3\,b\,\sigma\,x_1 - 6\,\frac{b\,\sigma\,Q_1\,h}{p\,x_1}$$

$$x_1 \left(3\, b\, \sigma - 4\, p \right) > 6\, \frac{b\, \sigma\, Q_1\, h}{p\, x_1}$$

$$x_1^2\, p \left(3\, b\, \sigma - 4\, p \right) > 6\, b\, \sigma\, Q_1\, h$$

$$Q_1 = \frac{x_1^2}{\Sigma\, x^2}\, Q = \frac{x_1^2\, Q}{\varphi\, l^2}$$

$$x_1^2\, p \left(3\, b\, \sigma - 4\, p \right) > 6\, b\, \sigma\, h\, \frac{x_1^2\, Q}{\varphi\, l^2}$$

Se ve que la condición es independiente de x_1, es decir, es la misma para todos los tramos. Esta expresión puede dividirse por $3\, b\, \sigma - 4\, p$, cantidad que es positiva siempre que haya tracción en el muro. Si no la hay, siempre conviene mantener como condición que σ sea mayor que 4/3 de la fatiga media en la base del muro.

De esta desigualdad desaparece x_1^2 y queda

$$l^2 > \frac{6\, b\, \sigma\, h\, Q}{\varphi\, p\, (3\, b\, \sigma - 4\, p)}, \quad \text{o sea}$$

$$l > \sqrt{\frac{6}{\varphi}}\, \sqrt{\frac{b\, \sigma\, h\, Q}{p\, (3\, b\, \sigma - 4\, p)}} \tag{30}$$

$$l > \gamma \sqrt{\frac{b\, \sigma\, h\, Q}{p\, (3\, b\, \sigma - 4\, p)}}$$

CALCULO DE LOS COEFICIENTES α, β, γ

Estos tres coeficientes dependen de φ ya definido por la relación (1). Como en los tres casos φ aparece en el denominador e interesa conocer los valores máximos de α, β y γ, debemos estudiar los valores mínimos de φ.

Para dos tramos, φ es constante, dado ϵ. En efecto,

$$\varphi\, l^2 = \epsilon^2\, l^2 + (1 - \epsilon)^2\, l^2$$

$$\varphi = 1 - 2\, \epsilon + 2\, \epsilon^2$$

Para más de dos tramos, conocido ϵ, el tramo mayor es $\epsilon\, l$ y la suma de los demás tramos $(1 - \epsilon)\, l$. Si k cantidades tienen una suma constante, el mínimo de la suma de los cuadrados se produce cuando las cantidades son iguales. En consecuencia:

$$\Sigma\, x^2 = \epsilon^2\, l^2 + \frac{(1 - \epsilon)^2}{n - 1}\, l^2$$

$$\varphi\ \text{mín} = \epsilon^2 + \frac{(1 - \epsilon)^2}{n - 1} \tag{31}$$

Con este valor de φ podemos tabular α, β y γ máximos. Las tablas 3, 4 y 5 dan estos valores que permiten calcular, con error por exceso la deformación y la longitud total de muros necesaria.

El valor de φ mínimo tiene a su vez un mínimo, cuando se hace variar n. Este valor se produce para $n = \infty$:

$$\varphi \text{ mín. mín.} = \epsilon^2$$

Más adelante necesitaremos conocer también el valor de φ máximo. Conocido ϵ, el máximo de φ se produce cuando los (n—1) tramos restantes tienden a concentrarse en uno sólo. Sin embargo, en la práctica sólo tomaremos en cuenta tramos mayores de 40 cm. Los tramos menores de 40 cm. deberán ser evitados, o en último caso, no ser considerados.

En estas condiciones el valor máximo de φ conocido ϵ puede suponerse que se produce cuando los n tramos se dividen en dos grupos de tramos iguales; k tramos de longitud ϵ l y (n—k) tramos de longitud mínima que, para expresarla en función de l, consideraremos igual a l/10 ya que en este tipo de viviendas l no excede generalmente de los 4 m.

k queda definido por la ecuación:

$$k \epsilon l + \left(n - k\right) \frac{l}{10} = l$$

$$k = \frac{10 - n}{10 \epsilon - 1} \qquad n - k = \frac{10 (\epsilon n - 1)}{10 \epsilon - 1}$$

$$\Sigma x^2 = \frac{10 - n}{10 \epsilon - 1} \epsilon^2 l^2 + \frac{10 (\epsilon n - 1)}{10 \epsilon - 1} \cdot \frac{l^2}{100} = \varphi l^2$$

$$\text{(32)} \qquad \varphi \text{ máx} = \frac{100 \epsilon^2 - 1 - \epsilon n (10 \epsilon - 1)}{10 (10 \epsilon - 1)}$$

Si queremos ahora encontrar el máximo maximorum de φ, cuando varía n, vemos que, por hipótesis $(10 \epsilon - 1)$ es siempre positivo, y que en consecuencia φ máx máx corresponde al mínimo de ϵ n. Este mínimo es evidentemente la unidad. Luego:

$$\text{(33)} \qquad \varphi \text{ máx máx} = \epsilon.$$

Cálculo aproximado del efecto de distorsión

Cuando el centro de gravedad y el centro de rigidez de un edificio que lleva losas entre pisos no coinciden, es necesario corregir los valores de las fuerzas horizontales que absorben los muros, calculados estáticamente.

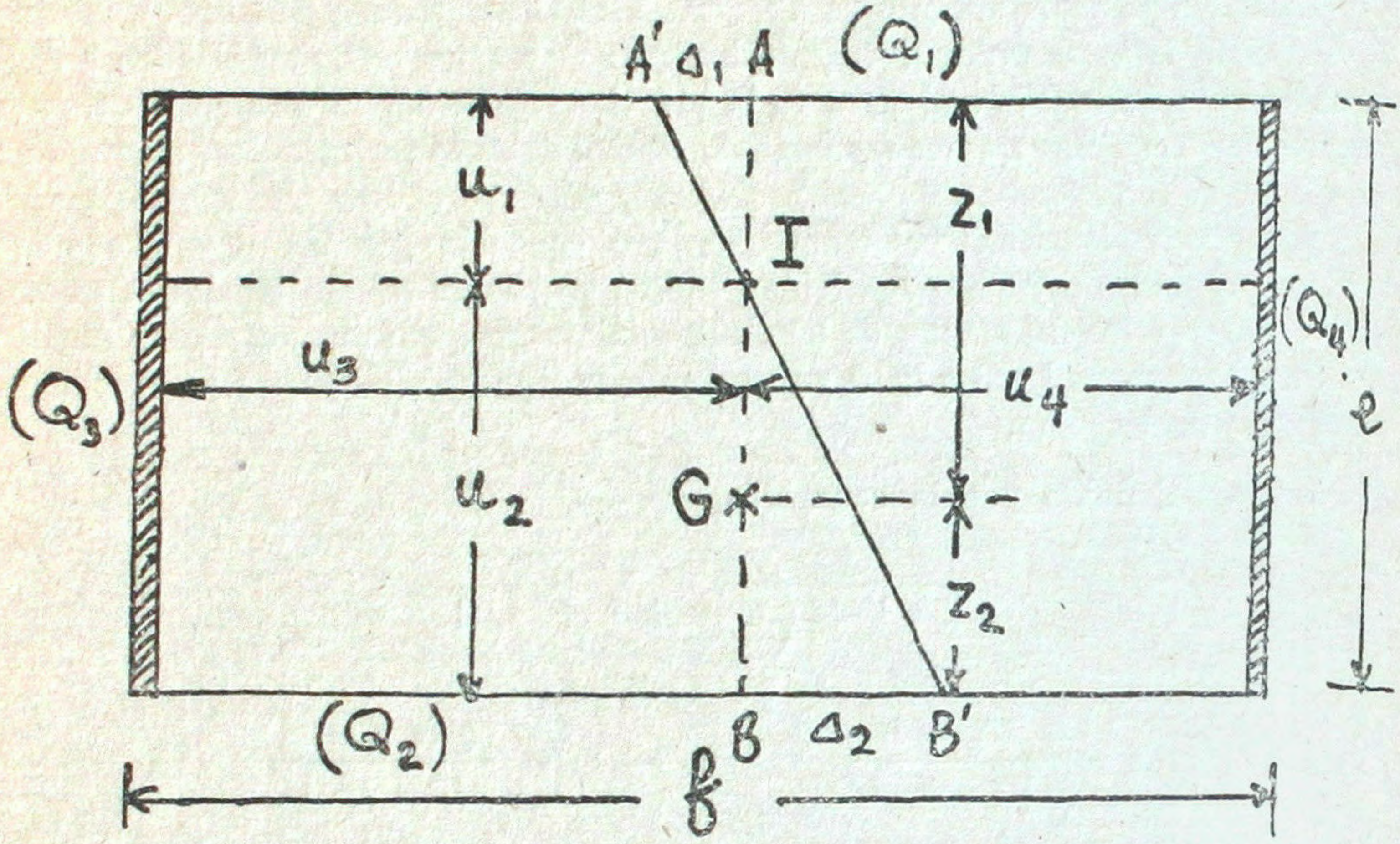
La aplicación que haremos requiere las siguientes condiciones, que son muy frecuentes en los colectivos de viviendas económicas:

1.°—Sólo el perímetro está formado por muros resistentes. Se desprecia el efecto de los tabiques interiores en la distorsión. Cabe hacer notar que estos elementos, por estar situados al centro del edificio, tienen muy poca influencia en este efecto.

2.°—La rigidez de los muros en un sentido es considerablemente superior a la de los muros en el sentido perpendicular. Los primeros son generalmente muros medianeros sin vanos.

3.°—Se consideran como centros de gravedad y de rigidez del edificio los centros de gravedad y de rigidez de los muros. El error así cometido, generalmente pequeño, está del lado de la seguridad.

Planteadas estas condiciones, la teoría es la siguiente:



Por efecto de las diferencias de rigideces de los muros, se producen reacciones Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, cuyo valor está definido por las ecuaciones siguientes. Tomando momento respecto de I, tenemos, llamando d a la distancia I G:

$$Q\ d = Q_1\ u_1 + Q_2\ u_2 + Q_3\ u_3 + Q_4\ u_4$$

La deformación de la losa que lleva la fibra A B a la posición A′ B′ nos da la siguiente proporción:

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{u_1}{u_2}$$

Por otra parte, Δ_1 y Δ_2 son proporcionales a Q_1 y Q_2 e inversamente proporcionales a R_1 y R_2.

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{Q_1\ R_2}{Q_2\ R_1}$$

Reemplazando los valores de Q_2, Q_3, y Q_4, que así se obtienen, en la ecuación de momentos, se llega a la siguiente expresión:

$$Q\ d = u_1\ Q_1 + \frac{U_2^2\ R_2}{U_1\ R_1}\ Q_1 + \frac{U_3^2\ R_3}{u_1\ R_1}\ Q_1 + \frac{U_4^2\ R_4}{u_1\ R_1}\ Q_1$$

Si se designa:

$$u_1^2 R_1 + u_2^2 R_2$$

$$u_3^2 R_3 + u_4^2 R_4$$

se llega a la fórmula conocida:

$$Q_1 = \frac{Q\ d\ u_1\ R_1}{I_x + I_y}$$

Valores análogos se obtienen, naturalmente para Q_2, Q_3 y Q_4.

Si aprovechamos la condición 2.ª establecida anteriormente podemos escribir:

$$Q_1 < \frac{Q\ d\ u_1\ R_1}{2\ I_x}, \text{ ya que } I_y > I_x$$

En el caso poco frecuente en que f sea mucho mayor que e, se deberá verificar cuál es el menor valor entre I_x e I_y, y aplicar el menor de ellos en la fórmula (9).

Esta fórmula se simplifica mucho si se considera que $\frac{u_1\ R_1}{I_x} = \frac{1}{e}$

$$Q_1 < \frac{Q}{2} \cdot \frac{d}{e}$$

(39) $$Q_1 < \delta \frac{Q}{2}$$

$\frac{d}{e}$ puede expresarse en función de las longitudes de muros de ambos extremos de la losa.

$$\delta = \frac{d}{e} = \frac{z_1 - u_1}{e} = \frac{l_2}{l_2 + l_1} - \frac{\varphi_2\ l_2^2}{\varphi_2\ l_2^2 - \varphi_1\ l_1^2}$$

$$\delta = \frac{d}{e} = \frac{1}{1 + \frac{l_1}{l_2}} - \frac{1}{1 + \frac{\varphi_1}{\varphi_2}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2}$$

El valor máximo de δ corresponde al mínimo de φ_1, y al máximo de φ_2.

Ahora bien, hemos visto que φ_1 mín $= \epsilon_1^2$ y φ_2 máx $= \epsilon_2$.

Resulta en consecuencia:

(40) $$\delta = \frac{1}{1 + \frac{l_1}{l_2}} - \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_2}\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2}$$

Estos valores de δ se han tabulado en Tabla N.° 6.

Procedimiento de cálculo

De acuerdo con la teoría antes expuesta, se propone el siguiente procedimiento de cálculo aproximado, en que el error siempre favorece a la seguridad.

1.°—Se calculará el valor de la fuerza horizontal Q que actúa sobre el conjunto de muros, dividiéndola en conformidad a la estática, esto es, sin considerar la deformación.

2.°—Se corregirán estos valores con ayuda de la tabla N.° 6, obteniéndose así $Q_1 = \delta \frac{Q}{2}$ (Fórmula 39).

3.°—Se verificará el conjunto de muros a la flexión compuesta mediante el uso de la Tabla N.° 5. (Fórmula 30).

4.°—Por medio de la Tabla N.° 4, se verificará el conjunto de muros al esfuerzo cortante. (Fórmula 29).

5.°—Se determinará la deformación del conjunto de muros mediante la Tabla N.° 3. Este dato servirá para el cálculo de la estructura de hormigón armado. (Fórmula 28).

S. Ch. S. y M. C. N.

TABLA Nº 3

VALORES DE $\alpha = \frac{6.6}{\rho^{3/2}}$

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε = 0.1		8.9	24.8	44.7	67.5	94.4	120.2	146.9	178.7	206.5
0.2		11.8	30.6	52.0	74.3	95.7	118.0	140.6	160.1	178.6
0.3		15.1	34.0	52.0	67.5	80.5	93.1	103.3	112.0	120.2
0.4		17.6	33.3	44.7	52.8	59.4	64.0	68.0	70.9	74.3
0.5		18.6	28.7	34.3	37.3	40.2	41.5	43.1	43.7	45.6
0.6		17.6	22.6	24.9	25.7	26.9	27.4	27.8	28.2	28.4
0.7		15.1	14.9	16.9	18.0	18.2	18.4	18.6	18.6	18.6
0.8		11.8	12.3	12.5	12.6	12.7	12.7	12.7	12.7	12.8
0.9		8.9	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
1.0										

TABLA Nº 4

VALORES DE $\beta = \dfrac{\varepsilon}{\varrho}$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε = 0.1		0.12	0.24	0.36	0.47	0.59	0.69	0.79	0.81	1.00
0.2		0.29	0.56	0.79	1.00	1.19	1.36	1.53	1.67	1.98
0.3		0.51	0.90	1.18	1.41	1.60	1.74	1.88	1.99	2.08
0.4		0.77	1.18	1.43	1.60	1.72	1.82	1.90	1.95	2.00
0.5		1.00	1.33	1.50	1.60	1.67	1.71	1.75	1.77	1.80
0.6		1.15	1.36	1.45	1.50	1.53	1.55	1.57	1.58	1.59
0.7		1.21	1.31	1.35	1.36	1.38	1.39	1.39	1.40	1.40
0.8		1.18	1.21	1.23	1.23	1.23	1.24	1.24	1.24	1.24
0.9		1.10	1.10	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

TABLA Nº 5

VALORES DE $\mu = \sqrt{\frac{6}{\varphi}}$

$n =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$\varepsilon = 0.1$	2.7	3.8	4.6	5.3	5.9	6.4	6.9	7.3	7.7	
0.2	3.0	4.1	4.8	5.5	5.9	6.4	6.8	7.1	7.3	
0.3	3.2	4.2	4.8	5.3	5.5	5.9	6.1	6.3	6.5	
0.4	3.4	4.2	4.6	4.9	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	
0.5	3.5	4.0	4.2	4.4	4.5	4.5	4.6	4.6	4.7	
0.6	3.4	3.7	3.8	3.9	3.9	3.9	4.0	4.0	4.0	
0.7	3.2	3.3	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.5	3.5	
0.8	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	
0.9	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	
1.0	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	

TABLA N° 6

Valores de $\delta = \dfrac{1}{1+\dfrac{l_1}{l_2}} - \dfrac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{l_1}{l_2}\right)^2}$

$\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2}$ \ $\frac{l_1}{l_2}$ =	0,5	0,75	1.00	1,25	1,5	1.75	2,0	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	9	10	12
= 0.01																			
0.05																			
0.10																0.00	0.00	0.00	0.00
0.15														0.00	0.00	0.02	0.02	0.03	0.04
0.20												0.00	0.00	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05
0.25											0.00	0.03	0.03	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
0.30										0.00	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06
0.35									0.00	0.03	0.04	0.05	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.06	0.06
0.40								0.00	0.03	0.04	0.06	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07	0.06
0.45								0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.07	0.06
0.50							0.00	0.04	0.07	0.08	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.08	0.08	0.08	0.07
0.6						0.00	0.04	0.07	0.09	0.10	0.11	0.12	0.11	0.10	0.09	0.09	0.08	0.08	0.07
0.7					0.00	0.04	0.07	0.09	0.11	0.12	0.12	0.12	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07
0.8				0.00	0.04	0.07	0.09	0.11	0.13	0.13	0.13	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07
0.9				0.02	0.07	0.09	0.11	0.13	0.14	0.14	0.14	0.13	0.13	0.12	0.11	0.09	0.09	0.08	0.07
1,0			0.00	0.06	0.09	0.11	0.13	0.14	0.15	0.15	0.14	0.13	0.13	0.12	0.11	0.09	0.09	0.08	0.07
1.2			0.05	0.09	0.13	0.15	0.16	0.16	0.17	0.17	0.16	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07
1,4		0.00	0.08	0.13	0.16	0.17	0.18	0.18	0.18	0.17	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.10	0.09	0.08	0.07
1,6		0.05	0.12	0.15	0.18	0.18	0.19	0.19	0.18	0.17	0.16	0.16	0.15	0.13	0.12	0.10	0.09	0.08	0.08
1.8		0.07	0.14	0.17	0.20	0.21	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15	0.13	0.13	0.10	0.09	0.08	0.08
2.0	0.00	0.10	0.17	0.20	0.22	0.22	0.22	0.21	0.20	0.19	0.17	0.16	0.15	0.13	0.12	0.10	0.10	0.09	0.08
2,5	0.05	0.15	0.21	0.23	0.25	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.18	0.17	0.16	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
3,0	0.10	0.20	0.25	0.26	0.27	0.27	0.26	0.24	0.21	0.20	0.18	0.17	0.16	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
3,5	0.14	0.23	0.28	0.28	0.29	0.28	0.27	0.25	0.22	0.21	0.19	0.17	0.16	0.13	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
4.0	0.17	0.26	0.30	0.30	0.30	0.29	0.27	0.25	0.22	0.21	0.19	0.17	0.16	0.14	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
4,5	0.21	0.28	0.32	0.32	0.31	0.30	0.28	0.26	0.23	0.21	0.19	0.17	0.16	0.14	0.13	0.11	0.10	0.09	0.08
5	0.27	0.31	0.33	0.33	0.32	0.30	0.28	0.26	0.23	0.21	0.19	0.17	0.16	0.14	0.13	0.11	0.10	0.09	0.08
	0.5	0.75	1.00	1.25	1.5	1.75	2.0	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6	7	8	9	10	12