

LAS CONTRAPARTES INCONGRUENTES: EL DESCUBRIMIENTO DEL ESPACIO EN KANT

Godofredo Iommi Amunátegui

Instituto de Física, UCV

Mauricio Schiavetti Rosas

Instituto de Filosofía, UCV

PRÓLOGO

RE 1. Hay un punto de encuentro que ha mantenido en vilo el pensar de matemáticos y filósofos. Y este no es otro que el esfuerzo por precisar una y otra vez la naturaleza última del espacio. La dificultad para abordar dicho asunto es manifiesta. Basta recordar, por ejemplo, lo que Aristóteles nos dice acerca de este tema en la Física¹.

2. Lo que nos reúne en esta investigación es el intento de hacernos cargo de este tema. Esta vez teniendo como horizonte un determinado artículo de un determinado pensador. Nos referimos al trabajo de Kant concerniente al fundamento último de las regiones en el espacio. Conviene dejar en claro que no se trata de alumbrar el hilo de la meditación kantiana que lo lleva desde este texto hasta la formulación de su célebre tesis acerca del espacio en la *Crítica de la Razón Pura*². Por el contrario, la investigación aparece circunscrita a una lectura en profundidad para hacer ver lo que Kant ha descubierto allí. Si se presta atención a lo que se dice y a cómo está dicho consueñan temas familiares y se anticipan motivos cuyo sentido último escapa tal vez al mismo autor. Surge la estructura de una obra musical.

3. Se trata pues de un viejo asunto cuyo designio intentamos poner a la vista tal vez de una manera inédita, pero sin desdeñar las últimas lecturas: la filosofía se juega día a día precisamente en pequeños hallazgos, en una búsqueda que por su propia índole no puede cesar.

¿Qué diferencia esta lectura de una lectura erudita? La descripción externa de ambas coincide punto por punto casi. La misma secuencia de referencias, de citas, el aparataje usual de la investigación. Sin embargo, incluso cuando sus conclusiones desde fuera parecen coincidir, por ejemplo se trata en tal texto de leer de otra manera una palabra, o bien de correr una coma,

nos parece que el rigor de una lectura se basa en un hallazgo que hace posible esa modificación de la lectura³.

4. La meditación que Kant emprende aquí está precisamente llevada a cabo desde el pensamiento de Leibniz. Hay un estricto paralelo en cuanto a la estructura de pensamiento de ambos filósofos. Así mientras Leibniz habla de situación o distancia, lugar y espacio, Kant por su parte hablará de posición, regiones y espacio absoluto. Ahora bien, como se verá, el sentido de los términos en cada caso difiere. Dicho de otra manera, lo que este trabajo de Kant nos revela es el hecho que desde el pensar de Leibniz no es posible dar cuenta de las contrapartes incongruentes. Y es precisamente este caso el que le permite a Kant mostrar la existencia del espacio de una manera más definitiva y profunda —a su parecer— que la que había llevado a cabo Euler. La mostración en cuestión es de una gran finura. La diferencia entre las contrapartes incongruentes sólo se muestra en el espacio, y el espacio a su vez sólo comparece haciendo lucir esta diferencia. Este hallazgo —que a nuestro juicio a menudo es omitido por lectores y comentaristas de este texto debido a múltiples razones, o al menos no ha sido puesto de relieve—, queda acuñado en esta breve fórmula. Así pues, en el curso de nuestra investigación deberemos volver a repensar la índole de esta mostración. Kant parece hablar desde el lenguaje de la geometría, y parece prometer una demostración tal como la llevan a cabo los geómetras, e incluso añadir alguna explicación filosófica de estos conceptos.

5. Una de las dificultades interpretativas reside en el hecho de que se estudia la evolución del pensamiento kantiano acerca del espacio, y al hacerlo este texto se convierte en una etapa dentro de un proceso. Considerar un texto como una etapa lleva en sí un problema, el texto deja de tener un valor digamos *per se* y se convierte en una suerte de flecha que indica una dirección.

Nuestro intento consiste en leerlo como si no hubiese un pensamiento posterior que lo prolongara, variara o profundizara. Esta actitud —porque es una actitud— de lectura nos obliga de cierta manera a darle al texto kantiano un peso propio.

6. Kant usa en ciertos párrafos de su trabajo una terminología que la tradición asigna a Newton de modo que algunos comentaristas han pensado que este trabajo significaba un paso de Leibniz a Newton en el pensamiento kantiano. Pensamos que no hay tal. La idea del espacio que aparece formulada aquí puede resumirse del siguiente modo. Las contrapartes incongruen-

tes no pueden superponerse. Este hecho de incongruencia es el que establece la existencia del espacio. El espacio entonces aparece en el juego de las contrapartes incongruentes. No hay una palabra que aluda al espacio como un continente, un receptáculo vacío dentro del cual cupieran o estuviesen contenidos los objetos.

Notas al Prólogo

¹Aristóteles, Física, Libro IV passim.

²La evolución del pensamiento kantiano acerca del espacio ha sido objeto de reiterados estudios. En el texto que nos ocupa, "Acerca del fundamento último de la distinción de regiones en el espacio" (1768), (traducción inglesa de G.B. Kerferd y D.E. Walford, Kant: Selected Pre-Critical Writings, Manchester University Press, 1968), Kant muestra la existencia del espacio, y en trabajos posteriores se ocupa de la naturaleza de éste. El fenómeno de la incongruencia le permite descubrir la existencia del espacio. El tema de las contrapartes incongruentes vuelve a surgir en tres obras posteriores. En la Disertación del 70 (cf. la traducción francesa, Vrin, 1967, pp. 65-69 y Kant Werke Vol. 2,385-420), la existencia de las contrapartes incongruentes revela que el espacio es una forma pura de la sensibilidad. En los Prolegómenos de 1783 (cf. la traducción francesa, Vrin, 1965, pp. 47-49 y Kant Werke Vol. 4,253-384), la paradoja está utilizada para establecer la trascendentalidad ideal del espacio, afirmación que reitera en los Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza de 1786 (cf. la traducción francesa, Vrin, 1952, pp. 31-32 y Kant Werke Vol. 4, 465-566).

³Conviene tener presente al respecto la bien trabada tesis doctoral de Jill Vance Burocker, "Space and Incongruence". The Origin of Kant's idealism (ed. Reidel Publishing Company, 1981), que combina de una manera admirable el conocimiento minucioso de los textos de Kant, con el último aporte de las lecturas especializadas, a saber, las de Nerlich, Grünbaum, Sklar y otros. El designio de esta tesis es el de mostrar que: "a pesar de la aparente incompatibilidad entre las conclusiones de Kant, hay una línea de pensamiento coherente que corre a través de las diversas versiones del argumento (de las contrapartes incongruentes). Las versiones posteriores del argumento no entran en conflicto con la primera sino que la incorporan". Más adelante añade: "la llave de la progresión de los escritos de Kant acerca de las contrapartes incongruentes es la relación entre la teoría del espacio, y el análisis de la sensibilidad en el pensamiento de Leibniz".

Pretender hoy en día, por ejemplo, hacerse cargo del pensamiento de un autor sin tener a la vista otras lecturas, sólo puede tener sentido para quien ha tomado ya una decisión, piensa que su interpretación es la verdadera, y deja de lado, por consiguiente, las demás, negándoles toda importancia.

I

Si nos fijamos en la composición de este trabajo, ya desde la primera línea aparece un vínculo de este pensador con Leibniz. Vínculo que a él mismo no le es claro: “no sé hasta dónde el objeto que me propongo examinar aquí —nos dice— se relaciona con el que el gran hombre tenía en mente”.

Tal vez este hecho que hemos descrito cumpla en el texto las veces de un prólogo. Se suele pensar que en un escrito el prólogo es el último que se escribe¹.

A esta relación con Leibniz sigue abruptamente el inicio de una argumentación. En ella se intenta corregir o precisar el verdadero significado de algunos términos, a saber, posición, región, y espacio absoluto o general.

Kant advierte al lector que no se asombre si encuentra sus conceptos aún muy incomprensibles, y le añade que llegarán a ser claros en su debido momento.

A modo de paréntesis, recordemos que la teoría del espacio de Leibniz tiene tres momentos engarzados; la situación, el lugar y el espacio. Un texto acerca de la génesis de la noción de espacio² permite precisar este esbozo. El punto de arranque es la situación: se considera que muchas cosas existen a la vez, y se observa en ellas cierto orden de coexistencia. Este orden es su situación o distancia. Luego define al lugar: la relación de una cosa con una multitud de otras que no modifican su relación entre sí. Y por último el espacio: aquello que comprende a todos esos lugares, lo que resulta de agrupar lugares. Tal es la deducción constructiva del espacio leibniziano. Lo primero es lo más simple: el orden observable de y en la coexistencia de las cosas.

Ahora bien, nuestro pensador sigue un mismo esquema ternario: la posición consiste en la relación de una cosa con la siguiente en el espacio; la región consiste en la relación del sistema de posiciones con el espacio “absoluto”. Así el último término —el espacio— está presente en los dos primeros. Para tensar un hilo deductivo “a lo Leibniz”, se tendría que invertir el proceso: lo primero es el espacio. Desde un punto de vista lógico, Kant parece seguir un curso menos ceñido que Leibniz. Cabe cierta vacilación, sin embargo, respecto a esta posible jerarquía entre el rigor lógico de uno y otro pensamiento. Imaginemos por un momento esas muchas cosas coexistentes de Leibniz y su relación: ¿dónde coexisten, cómo coexisten esas muchas cosas? ¿No deben acaso coexistir en y gracias a algo, en el cual aparecen, diferentes, algo que Kant llama espacio? ¿No será que Leibniz al definir una relación, un orden, entre las cosas solas está pensando en una relación de tipo lógico, a \neq b o a \rightarrow b etc.? Tales relaciones por cierto no requieren de

un espacio para existir pero ¿qué hay de aquellas relaciones entre cosas, a la vista, coexistentes? La especificidad del tipo de relación que, suponemos aquí, Leibniz tiene en mente posee ese rigor lógico y esa no-espacialidad; entonces ¿cómo hacer de ella la base de una construcción del espacio?

Para Kant, las posiciones de las partes del espacio en relación mutua presuponen a la región según la cual están ordenadas en tal relación: la región posibilita la coexistencia de las cosas (la relación entre cosas presupone el espacio).

El examen del significado último de estos tres términos que él emplea aquí nos permite advertir claramente que el pensador ha llevado a cabo lo que podríamos llamar “la experiencia del espacio”. Kant ha descubierto la existencia del espacio, y ahora, desde ella y por ella puede venir a comunicarle al lector lo que debe entender por los términos en cuestión³.

Volviendo a Leibniz, más adelante éste añade: “lo cual demuestra que para tener una idea del lugar y, en consecuencia, del espacio, es suficiente considerar esas relaciones y las reglas de sus cambios, sin necesidad de imaginar ninguna realidad absoluta fuera de las cosas cuya situación consideramos”. Nos parece, es la relación misma la que está en cuestión: si esa relación no es lógica y traduce el orden de cosas coexistentes, esa relación es espacial, si esa relación es espacial no puede en rigor definirse al espacio mediante una relación que lo presupone. Así volvemos al tipo de desarrollo kantiano: el espacio existe con antelación a la posición y a la región.

Kant ha invertido la marcha del pensamiento, y esta inversión pone de manifiesto una ruptura con el pensar de Leibniz, como se ha visto. Euler el Viejo también ha fracasado en este intento, y la razón estriba en última instancia en que “el único concepto de espacio que se acepta es aquel que se deriva de la abstracción de la relación entre cosas reales”. El espacio entendido como relación es la tesis que Kant ha descartado, y lo volverá a hacer a lo largo de este texto.

La ruptura con Leibniz, en el fondo, sólo es posible después de haber descubierto la existencia del espacio. Descubrimiento que en el caso de este pensador comporta la forma de “una prueba”. Kant califica de “absoluto” al espacio, ese adjetivo lleva a Newton⁴: “el espacio absoluto, en su propia naturaleza, sin relación con nada externo, permanece siempre similar e inamovible. Espacio relativo es alguna dimensión movible o medida, de espacios absolutos; que nuestros sentidos determinan mediante su posición respecto a los cuerpos; y que comúnmente se toma por el espacio inamovible; de tal modo la dimensión de un espacio subterráneo, aéreo o celeste queda determinada por su posición respecto de la tierra. El espacio absoluto y el espacio relativo tienen misma figura y magnitud pero no siguen siendo

siempre el mismo, numéricamente”. En la definición newtoniana el espacio absoluto existe “sin relación con nada externo”, existencia ajena a las cosas, prioridad implícita también en el pensamiento de Kant, aquí. Permítase una digresión: la última frase de Newton: ese desdoblamiento del espacio absoluto y del espacio relativo, de misma figura y magnitud pero cuya diferencia a veces aflora, va a estar presente de manera oblicua, cursiva, en el meollo mismo del argumento kantiano, como si vaciando términos y sentido, se mantuviera la estructura de la frase.

Kant emplea ritmos, por así decirlo, leibnicianos y newtonianos. En la práctica de su pensamiento esos ritmos configuran una composición inédita: su prueba de la existencia del espacio.

Notas al punto I

¹Kant alude a motivos, a temas, “antiguos”; este epíteto yuxtapuesto indica que tales temas han sido ya tratados por otros pensadores. Puede así establecerse un paralelo entre palabras y abrir una perspectiva verbal cuya línea de horizonte pasa por Leibniz y por Newton (en cuanto a punto de fuga, varía).

²Die Philosophischen Schriften von Leibniz (C.J. Gerhardt) VII, 400.

³El orden en que aparecen formulados puede ser equívoco, es decir, parecería que al espacio se llega al final y, en rigor, ocurre a la inversa. Sin espacio no hay región, y a su vez la región hace posible a la posición.

⁴Isaac Newton, *Mathematical Principles. A Natural Philosophy*, p. 8. Translated by A. Motte, revised by F. Cajori. William Benton Publisher. Encyclopaedia Britannica.

II

Kant da una prueba de la existencia del espacio tal, que pueda ponerse en manos de los geómetras. Buena parte de este estudio consiste en extraer esa consistencia geométrica elusiva, oscurecida por la abundancia de argumentos de índole diversa, por cierta modificación de sentido en el curso mismo del trabajo. Una vez hallada la vena de la obra, esa variación en pos de una definición más entera de los términos, indica el espesor del pensamiento.

He aquí algunos párrafos pertinentes, agrupados por conveniencia del siguiente modo:

α) en el sentido más abstracto, la región α consiste en la relación de una cosa en el espacio con la siguiente. Tal sería en verdad el concepto de posición. La región consiste más bien, en la relación del sistema de estas posiciones con el espacio absoluto. La posición de las partes de cualquier objeto extenso, respecto una de otra, puede reconocerse a partir del objeto mismo. La región se relaciona con el espacio exterior pero no con referencia a sus localidades, pues esto no sería otra cosa que la posición de tales partes en una relación externa. La región está relacionada con el espacio en general en tanto unidad, del cual cada extensión puede ser considerada parte.

β) Queremos por tanto mostrar que el principio completo para determinar una forma física no se basa meramente en la relación y situación de las partes, una respecto de la otra, sino también en su relación con el espacio absoluto general, de manera tal, que esta relación no puede percibirse de inmediato.

Cuando dos figuras dibujadas sobre una superficie plana son iguales y semejantes, se superponen. Pero esto es a menudo diferente con la extensión física o incluso con líneas y superficies que no yacen sobre una superficie plana. Pueden ser perfectamente iguales y semejantes, y con todo en sí mismas tan diferentes que los límites de una no pueden ser al mismo tiempo límites de la otra. Un triángulo esférico puede ser perfectamente igual y semejante a otro sin por ello cubrirlo.

A un objeto que es completamente igual y semejante a otro, aunque no pueda incluirse estrictamente dentro de los mismos límites, lo llamo su contraparte incongruente. La contraparte de una mano derecha es una mano izquierda.

γ) Ya está claro que la figura de un cuerpo puede ser completamente similar a la de otro, y que el tamaño de la extensión puede ser en ambos exactamente el mismo y que sin embargo permanece una diferencia interna: a saber, la superficie que incluye a uno no puede posiblemente incluir al

otro. Esta diferencia deber ser tal, que se base en un principio interno. Este principio interno de diferencia no puede conectarse con el modo diverso mediante el cual las partes del cuerpo están conectadas entre sí. Pues, todo puede ser perfectamente idéntico en este respecto. En la constitución de los cuerpos pueden hallarse diferencias, y estas diferencias están conectadas sólo con el espacio absoluto original, pues sólo a través de él es posible la relación de cosas físicas.

Estos pasajes permiten esquematizar la prueba kantiana:

I. Hipótesis y definiciones

A. *El espacio*

1. El espacio absoluto general \equiv espacio en tanto unidad α, β, γ .
2. El espacio en tanto unidad posee propiedades globales: dimensión, curvatura, etc., y se manifiesta a través de ellas. β

B. *El objeto y su forma*

1. Relación externa es aquella mediante la cual se determina la posición de un objeto respecto a otro objeto o de una parte de un objeto respecto a otra parte del mismo objeto. Tamaño y figura de un objeto son relaciones externas α, γ
2. Principio interno: aparece en la relación del objeto con el espacio en tanto unidad.
3. Principio completo para definir la forma de un objeto = (relaciones externas) + (principio interno) β

C. *Contrapartes incongruentes*

1. Contraparte incongruente = objeto igual y semejante a otro pero que no puede ser incluido dentro de los mismos límites. Por ejemplo, la mano izquierda y la mano derecha son contrapartes incongruentes. β

II. Proposiciones

Proposición 1: “La relación de un objeto con el espacio en tanto unidad no puede percibirse de inmediato”. (B_1 y B_2)

Proposición 2: “La existencia de contrapartes incongruentes se basa en un principio interno” (A_2, B_2, C_1, β)

III. Teorema

“El espacio absoluto tiene su propia realidad ajena a la existencia de los objetos”.

Supóngase el espacio todo fuese el que ocupa una sola mano. Toda mano es izquierda o derecha: diferencia ésta que nace en virtud de un principio interno, independiente de las relaciones entre las partes de la mano. En este caso, el único espacio existente es el de la mano. No puede decirse de ella por tanto que sea izquierda o derecha (B_1 , B_2 , Prop. 2). Es una mano indeterminada. Lo cual es imposible. Luego existe un espacio cuyas propiedades inducen esta diferencia.

Notas al punto II

1. *Acerca del título de este escrito*

Kant hace del cuerpo por el que pasan tres superficies paralelas a los ejes cartesianos de un espacio euclídeo un marco de referencia del cual deduce el fundamento último para generar el concepto de regiones en el espacio. Así, a poco andar, parece diera un método para establecer aquello mismo —la diferenciación de las regiones— que es objeto del trabajo. No hay tal sin embargo. Lo que permite este marco de referencia es generar el concepto de región, esto es: hacer accesible conceptualmente su designación mediante una nomenclatura: arriba-abajo, izquierda-derecha, atrás-adelante. El problema de su diferenciación permanece intacto.

Atravesando el texto queda a la vista lo hecho: se ha mostrado cómo diferenciar una mano de la otra. Una mano, en tanto sistema de posiciones en relación con el espacio, es una región. Entonces, la existencia de contrapartes incongruentes y la diferenciación de regiones en el espacio tienen un mismo fundamento: una propiedad del espacio en tanto unidad.

2. *Acerca de algunos ejemplos*

Pueden agruparse en tres categorías: i) aquellos cuyo objeto es subrayar la importancia del cuerpo como sistema de referencia un mapa, una carta celeste sólo puede interpretarse mediante su relación con los lados del cuerpo.

ii) la digresión acerca de la izquierda y la derecha para asentar la base de esta distinción en una "sensación distinta" referida a la estructura mecánica del cuerpo.

iii) los casos que en principio aclararían la divergencia entre diferencia interna y relación externa.

Si examinamos estos ejemplos a la luz de la prueba (de la existencia del espacio), nos parece que el primer tipo no incide directamente en ella y que el segundo es impertinente. En cuanto a la tercera categoría requiere de un análisis más cuidadoso. Para ello la dividiremos en dos, a) un trozo de papel escrito: al girarlo puede verse que la distinción de las regiones está vinculada a la impresión hecha por el objeto visible. Este caso es una suerte de contra-ejemplo en el cual la diferencia de las regiones es externa. b) característica de ciertos productos naturales (orientación del cabello de la coronilla, de lúpulos, habas, caracoles). Esta orientación está siempre presente en las mismas especies, sin relación alguna con el hemisferio en el que se encuentran o con la dirección del movimiento de los planetas; esto acontece porque la causa de las circunvoluciones está en la semilla misma. Kant infiere que la

diferente orientación, ligada a la distinción de las regiones izquierda-derecha nace de un principio interno contenido en la semilla de las especies. Parece por tanto coordinar los mismos conceptos de la prueba. Pero esto no es así: en estos ejemplos el sentido de la palabra "interno" es el usual y el *quid* de la prueba kantiana reside justamente en el sentido casi paradójico de este epíteto: el principio interno de diferencia se ve gracias al espacio. Aparece aquí la ambigüedad, la vacilación de un pensamiento construido a medida que va exponiéndose.

Notas al punto y a la nota II

Algunas reflexiones acerca del punto: un matiz llama a otro, y así...

1. G.I.A. ha reconstruido con plena claridad el todo de la prueba kantiana a partir del texto mismo, y la ha expuesto de un modo geométrico, haciendo ver en sus menores detalles el designio de Kant: poner en manos de los geómetras una prueba convincente, con la claridad que le es habitual, de la realidad del espacio absoluto.
2. La prueba misma viene precedida por lo que el pensador llama "preparación". Si se observa con detención, la argumentación es disímil. Algunos son ejemplos, que como se ha visto en la nota, adquieren su consistencia —por decirlo así— vistos a la luz de la prueba, diferenciándose en cuanto a su peso.
En el resto de esta argumentación, como se ha dicho, constituye al cuerpo humano en aquello a partir de lo cual se genera el concepto de las regiones.
Hay a lo largo de todo este texto un uso no temático de este término "concepto" que constantemente induce a equívocos.
Con lo anterior —con el concepto de región— sólo se trata de poder determinar un "arriba y abajo", "delante y detrás", "izquierda y derecha" convencional.
3. Hemos sostenido que estamos delante de un texto musical. Forma parte de estos argumentos que Kant llama "preparación", y que en definitiva no inciden mayormente en la prueba, el sostener que tenemos una sensación distinta de la derecha e izquierda. Esta indicación viene a insertarse en este trabajo a modo de preludio, ya que como se sabe, tiene real cabida y peso en su pensamiento posterior. Puede verse al respecto: "Que significa orientarse en el pensar", un texto de 1786.
Es justamente esta sensación de la izquierda y de la derecha, la que va a ser puesta en cuestión por un pensador como Heidegger, en el párrafo 23 de Ser y Tiempo, por ejemplo.
4. Para determinar en definitiva la forma de un objeto es necesario primero, poder fijar sus relaciones externas, es decir, situar o establecer la posición de ese objeto respecto de otro u otros; segundo, poder ver su principio interno. Ahora bien, esto último sólo es posible cuando se lo pone en relación con el espacio como unidad. En ese mismo acto en que el espacio como unidad da cuenta del principio interno, brilla él mismo, por decirlo así: el espacio es, o existe.
Dicho de otra manera, el principio interno es tal precisamente por lo otro que él, a saber, el principio "externo" o espacio. Ambos principios se requieren mutuamente, es decir, se copertenece.

M.S.R.

III

El quid de la prueba y comentarios afines

Aquello que en la forma de un cuerpo concierne a su relación con el espacio sólo puede percibirse a través del vínculo con otros cuerpos. Esa relación con el espacio constituye la diferencia interna del cuerpo. Aquí aflora tal vez la dificultad mayor del sentido de la prueba: la determinación de la diferencia interna de un cuerpo aparece mediante otros cuerpos, y es, a la vez, la impronta que el espacio deja en él. Mas del espacio sólo se tiene noticia en y por esa diferencia interna. Así el cuerpo, los otros cuerpos y el espacio están ligados entre sí indisolublemente. Este hecho central se condensa en el análisis kantiano de las contrapartes incongruentes.

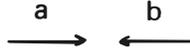
Este alcance de las contrapartes parece no ser visible de inmediato: véase por ejemplo el comentario de D.E. Walford, quien duda haya problema; la paradoja —dice— surge debido a una simplificación abusiva: la de suponer que ambas manos tienen misma forma y estructura. Pensarlo equivale a decir que los números 6 y 9 tienen idénticas descripciones. Ahora, si en lugar de tal igualdad entre las manos se asume su mera semejanza la paradoja desaparece. Walford justifica su crítica diciendo que de esta aporía Kant derivó conclusiones contradictorias, en diversos trabajos.

Walford aísla la paradoja de las contrapartes del problema de la existencia del espacio, tiene en la mira su descripción y discute de pertinencia lingüística. Tanto es así que la analogía con los números 6 y 9 sólo tiene sentido en esa perspectiva ya que 6 y 9 pueden superponerse en el plano de la hoja. El problema consiste en diferenciar su descripción verbal. Espacialmente no hay dilema. Puede añadirse que Walford no toma a la letra la intención de Kant: dar una prueba de la existencia del espacio, pues al comparar conclusiones de varios textos, es decir al tomar en cuenta la evolución del tema, desconoce un rasgo fundamental: el tiempo de una prueba geométrica es el presente.

Por otra parte, en el *Tractatus* (6.3612), Wittgenstein dice: “el problema kantiano de la mano derecha y de la mano izquierda que no pueden superponerse una a la otra existe ya en la superficie plana, incluso en el espacio de una dimensión donde las dos figuras a y b no pueden cubrirse sin ser arrojadas fuera de este espacio.

La mano derecha y la mano izquierda son en realidad perfectamente congruentes y el hecho de que no puedan superponerse no tiene nada que

ver con ello. Se podría poner el guante de la mano derecha a la mano izquierda si se le pudiese dar vuelta en el espacio de cuatro dimensiones.



Wittgenstein toma en cuenta a la dimensión como propiedad característica del espacio. En el párrafo β , Kant considera además y sobre todo a la curvatura (al tratar el caso de dos triángulos esféricos incongruentes muestra la claridad que tenía al respecto). Si Wittgenstein hubiese implicado en su argumento otra propiedad global del espacio, la orientabilidad, por ejemplo, a y b serían congruentes en un espacio de una dimensión no-orientable (cinta de Möbius)¹. El “problema kantiano” no reside en la elección más o menos adecuada de una propiedad determinada del espacio, sino en la coincidencia del efecto de tal propiedad espacial en un objeto y de la existencia del espacio mismo: que la mano izquierda y la mano derecha sean congruentes en el espacio de cuatro dimensiones no viene al caso; su incongruencia en un espacio de tres dimensiones prueba la existencia de este espacio.

Wittgenstein separa las propiedades del espacio de su existencia. De cierto modo pasa por alto, en 6.3612, esta curiosa identidad kantiana.

Las contrapartes incongruentes según H. Weyl

El análisis de H. Weyl² se refiere al problema de las contrapartes incongruentes en la formulación de los Prolegomena: sólo la intuición (Anschauung) puede hacer comprensible la diferencia entre objetos semejantes e incongruentes. Tal hecho está fuera del alcance de los conceptos. Weyl muestra a través de la teoría de los grupos que este fenómeno puede entenderse en un orden conceptual.

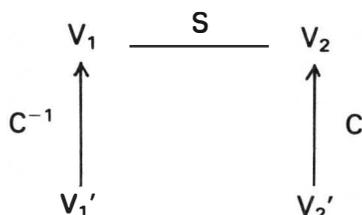
He aquí a grandes rasgos su razonamiento:

i) Cuerpos rígidos y espacio euclídeo

Las porciones del espacio ocupadas por un cuerpo rígido en dos de sus posiciones se denominan congruentes. La congruencia es por tanto una aplicación de dos volúmenes congruentes V y V' . La aplicación $V \rightarrow V'$ puede extenderse a todo el espacio. Las aplicaciones congruentes del espacio forman un grupo de transformaciones, el grupo euclídeo de movimientos Δ^+ . Volúmenes congruentes se definen como porciones del espacio transportadas mediante una transformación S de Δ^+ de modo que una ocupe el lugar de la otra.

ii) Grupo de movimientos Δ^+ y grupo de semejanzas Γ

Considérese dos porciones congruentes del espacio V_1 y V_2 ; mediante una transformación C , V_1 y V_2 se convierte en V_1' y V_2' . Sea S el movimiento que lleva V_1 a V_2 . Entonces V_1' se transforma en V_2' mediante la aplicación $C^{-1}SC$, esto es:



Las transformaciones C constituyen el grupo de automorfismos (semejanzas) del espacio Γ , del cual Δ^+ es un subgrupo. Este grupo de transformaciones Γ conmuta con Δ^+ , es decir,

$C^{-1}SC$ y CSC^{-1} pertenecen a Δ^+ , si S pertenece a Δ^+ .

iii) Congruencia y semejanza

Puesto que Δ^+ es subgrupo de Γ , figuras congruentes son necesariamente semejantes, pero figuras semejantes no son necesariamente congruentes. En el espacio euclídeo existen figuras semejantes que no son congruentes. Así la mano izquierda y la mano derecha, o un objeto y su modelo a menor o mayor escala.

Weyl pone en un mismo pie, digamos, las contrapartes incongruentes y las figuras semejantes. Incurriendo en una discusión impropia (y algo carente de fair-play, ya que el análisis anterior no se dirige al mismo trabajo), diremos que en el plano de la prueba kantiana eso no es ni puede ser así: la semejanza pertenece al dominio de las relaciones externas de las que no puede inferirse la existencia del espacio. Esta discusión *in vacuo* no tiene otro sentido que subrayar una vez más el chispazo kantiano: la incongruencia de las manos es ocasión del descubrimiento del espacio.

Notas al punto III

¹En lo que respecta a la orientabilidad véase: G. Nerlich "Hands Kness and Absolute Space", The Journal of Philosophy, Vol. LXX N° 12 June 21, 1973

Y también, Jill Vance Burocker: op. cit. cap. III, pp. 55-57

²The Classical Groups (Princeton University Press-1946) P. 22

The Philosophy of Mathematics and Natural Science (Princeton-1949) pp. 78-84

IV

Kant destaca a nuestro parecer tres conclusiones. La primera, que las situaciones de las partes de la materia relativas entre sí son con ecuencia de las determinaciones del espacio. Esta afirmación nos deja ver cómo Kant se distancia de Leibniz, y sostiene la tesis inversa. La existencia del espacio hace posible la región y ésta a su vez la posición o situación.

La segunda conclusión deja en claro que las diferencias reales que pueden hallarse en la constitución de los cuerpos se relacionan sólo con el espacio absoluto y original. El espacio hace posible la relación de las cosas físicas dejando a la vista dichas diferencias.

La tercera conclusión se refiere a nuestra manera de percibir el espacio. El espacio no es algo que podamos percibir por una sensación externa. Esta afirmación nos lleva a pensar de inmediato en otro de sus preludios que como se sabe desarrollará más tarde¹.

En este escrito el espacio tiene para él la índole o carácter de un concepto fundamental. Ya hemos dicho que a lo largo de este trabajo Kant usa esta palabra de un modo no temático. Aquí la función que cumple el espacio como concepto fundamental es la de hacer posible primeramente todas las sensaciones.

A su vez el espacio queda él mismo descubierto en esta peculiar relación de los cuerpos entre sí.

Notas al punto IV

¹No parece aventurado sostener que a partir de este texto el espacio viene a constituirse en una condición de posibilidad que permite la captación de los objetos. Así Kant no sólo ha probado la existencia del espacio sino que arriesga en esta conclusión un primer esbozo de cuál puede ser la índole de este espacio.